

EQUIVALENCIA Y SIGNIFICADO DE LAS FORMULAS PARA VALORAR EMPRESAS POR DESCUENTO DE FLUJOS

Pablo Fernández¹

INDICE

- 1. Fórmulas de valoración**
 - 1.1 Definiciones de cash flow disponible para las acciones y de free cash flow
 - 2. Perpetuidades**
 - 2.1. Relaciones que se obtienen a partir de las fórmulas
 - 2.2. Beta correspondiente al coste ponderado de capital (WACC) **
 - 2.3. Ejemplos de empresas sin crecimiento
 - 2.4. Determinación de la tasa de descuento apropiada para los impuestos en perpetuidades**
 - 2.5. Una fórmula para la rentabilidad exigida a la deuda**
 - 3. Empresas con crecimiento constante**
 - 3.1. Relaciones que se obtienen a partir de las fórmulas
 - 3.2. Determinación de la tasa a la que se debe descontar el ahorro de impuestos real**
 - 3.3. Ejemplos de empresas con crecimiento constante
 - 3.4. Determinación de la tasa de descuento de los impuestos para empresas con crecimiento constante**
 - 3.5. La fórmula típica de creación de valor
 - 4. Caso general**
 - 4.1. Relaciones que se obtienen a partir de las fórmulas
 - 4.2. Un ejemplo de valoración de empresas
 - 4.3. Determinación de la tasa a la que se debe descontar el ahorro de impuestos real**
 - 4.4. Determinación de la tasa a la que se debe descontar el flujo de impuestos**
 - 5. Fórmulas cuando el valor nominal de la deuda (N) no coincide con el valor de mercado (D)**
 - 5.1. Perpetuidades
 - 5.2. Empresas con crecimiento constante
 - 5.2.1. Casos particulares
 - 5.3. Caso general
 - 5.4. Impacto en la valoración
 - 6 Impacto de la utilización de las fórmulas simplificadas**
 - 6.1. “Creación de valor” con el apalancamiento para perpetuidades
 - 6.2. Las fórmulas simplificadas como una reducción del Cash Flow debida al apalancamiento
 - 6.3. Las fórmulas simplificadas como un aumento del riesgo del negocio (Ku) debido al apalancamiento
 - 6.4. Impacto de utilizar las fórmulas simplificadas en un caso real
 - 7 Flujo total para deuda y recursos propios y coste ponderado real de la deuda y los recursos propios.**
- Apéndice 1: Resumen de las fórmulas más importantes
- a) Perpetuidades sin crecimiento
 - b) Empresas con crecimiento constante
 - c) Caso general
- Apéndice 2: Fórmulas alternativas para empresas con crecimiento constante.

8 ANEXOS

¹ Esta nota surgió a raíz de una pregunta formulada por don Rafael Termes, que ayudó al autor a pensar en estos temas. Por esto -y por tantas otras cosas- le expreso otra vez mi agradecimiento.

El propósito de esta nota es profundizar (a través de las fórmulas que se emplean habitualmente) en los conceptos que se utilizan en la valoración de empresas.

A lo largo de la nota, se muestra (entre otras cosas):

1.- Los valores de las acciones que se obtienen utilizando las tres fórmulas tradicionales de descuento de flujos (que veremos a continuación) son **siempre** idénticos.

2.- El valor actual neto del ahorro de impuestos por pago de intereses **no** debe descontarse (como proponen muchos autores) a la tasa K_e (coste de los recursos propios).

3.- El valor actual neto del ahorro de impuestos por pago de intereses **no** debe descontarse (como proponen muchos autores) a la tasa K_d (coste de la deuda).

4.- El VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses es igual al VAN del ahorro de impuestos que habría si la deuda tuviese un coste de K_u . Esto es así porque dicho VAN no es propiamente un VAN, sino la diferencia de dos Valores Actuales netos: el del flujo de los impuestos pagados por la empresa sin apalancar y el del flujo de los impuestos pagados por la empresa apalancada (flujos con distinto riesgo)².

5.- El ajuste que debe realizarse en la valoración cuando el valor nominal de la deuda no coincide con su valor de "mercado".

6.- El impacto en la valoración de utilizar las fórmulas simplificadas habituales.

La nota comienza exponiendo las fórmulas de valoración para un caso general. A continuación se trata el caso de una empresa sin crecimiento, con todos sus parámetros constantes, esto es, una perpetuidad. Posteriormente abordamos la valoración de empresas con crecimiento constante, para finalizar con el caso general.

Los apartados más farragosos han sido señalados con dos asteriscos (**). Puede leerse la nota saltando estos apartados sin perder el hilo de la misma.

El significado de las abreviaturas que se utilizan a lo largo de esta nota es el siguiente:

T = Tasa del impuesto sobre el beneficio

FCF = Free cash flow³

CFacc = Cash flow disponible para las acciones

I = intereses debidos a la deuda

K_u = Coste de los recursos propios de la empresa sin apalancar

K_e = Coste de los recursos propios de la empresa apalancada

K_d = Coste de la deuda

K_I = Tasa de descuento de los impuestos pagados por la empresa

C = Valor de las acciones en $t = 0$

D = Valor de la deuda en $t = 0$

WACC = coste ponderado de deuda y recursos propios

N_t = Nominal de la deuda que se devuelve el año t

R_F = Tasa de interés sin riesgo

β_d = Beta de la deuda

β_U = Beta de los recursos propios de la empresa sin apalancar

β_L = Beta de los recursos propios de la empresa apalancada

P_M = Prima de mercado = $E(R_M) - R_F$ = Valor esperado de la rentabilidad del mercado por encima de la tasa sin riesgo = rentabilidad exigida al mercado por encima de la tasa sin riesgo.

V_U = Valor de las acciones de la empresa sin deuda

1. FORMULAS DE VALORACION

Se exponen a continuación las tres fórmulas de valoración de empresas por descuento de flujos para un caso general.

La fórmula [1] propone que el valor de mercado de la deuda (D) y de los recursos propios (C) es el valor actual neto de los Free Cash-Flows (FCF) esperados que generará la empresa, descontando al coste ponderado de la deuda y los recursos propios (WACC).

$$[1] \quad D + C = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCF_t}{\prod_1^t (1 + WACC_t)}$$

Si el WACC es constante a lo largo del tiempo, [1] se transforma en:

$$D + C = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCF_t}{(1 + WACC)^t}$$

² Para comprender mejor esto, ver la derivación de la fórmula [16] y su comprobación en los anexos.

³ Puede ser útil la definición de Free Cash-Flow = cash-flow disponible para las acciones si la empresa no tuviera deuda.

La fórmula [2] indica que el valor de mercado de los recursos propios es el valor actual neto del Cash-Flow disponible para las acciones (CFacc) descontado al coste de los recursos propios (Ke).

La fórmula [3] indica que el valor de mercado de la deuda (D) y de los recursos propios (C) de la empresa apalancada, es el valor de los recursos propios de la empresa sin apalancar más el valor actual neto del ahorro de impuestos por pago de intereses.

La fórmula [4] es la definición del valor de mercado de la deuda hoy.

Las fórmulas [5], [6] y [7] no son más que la relación, según el Capital Asset Pricing Model (CAPM), entre los costes de los recursos propios de la empresa, sin apalancar y apalancada, y del coste de la deuda con sus betas (β) correspondientes.

$$[2] \quad C = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CFacc_t}{\prod_1^t (1 + Ke_t)}$$

Si Ke es constante a lo largo del tiempo, [2] se transforma en:

$$C = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CFacc_t}{(1 + Ke)^t}$$

$$[3] \quad D + C = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCF_t}{\prod_1^t (1 + Ku_t)} + \text{VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses}$$

Si Ku es constante a lo largo del tiempo, [3] se transforma en:

$$D + C = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCF_t}{(1 + Ku)^t} + \text{VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses}$$

El valor de mercado de la deuda hoy (D) es:

$$[4] \quad D_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{I_t + N_t}{\prod_1^t (1 + Kd_t)}$$

Si Kd es constante a lo largo del tiempo, [4] se transforma en:

$$D = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{I_t}{(1 + Kd)^t} + \frac{N_t}{(1 + Kd)^t}$$

Según el CAPM:

$$[5] \quad Ku = R_F + \beta_U PM$$

$$[6] \quad Ke = R_F + \beta_L PM$$

$$[7] \quad Kd = R_F + \beta_d PM$$

1.1 Definiciones de CFacc (cash flow disponible para las acciones) y de FCF (free cash flow)

Aunque en la prensa económica aparece con frecuencia la definición:

Cash-flow = Beneficio después de impuestos + amortizaciones,

nosotros utilizaremos las definiciones de cash-flow disponible para las acciones y de free cash flow coherentes con su significados. Cash-flow disponible para las acciones corresponde con el concepto de flujo de caja. Por consiguiente:

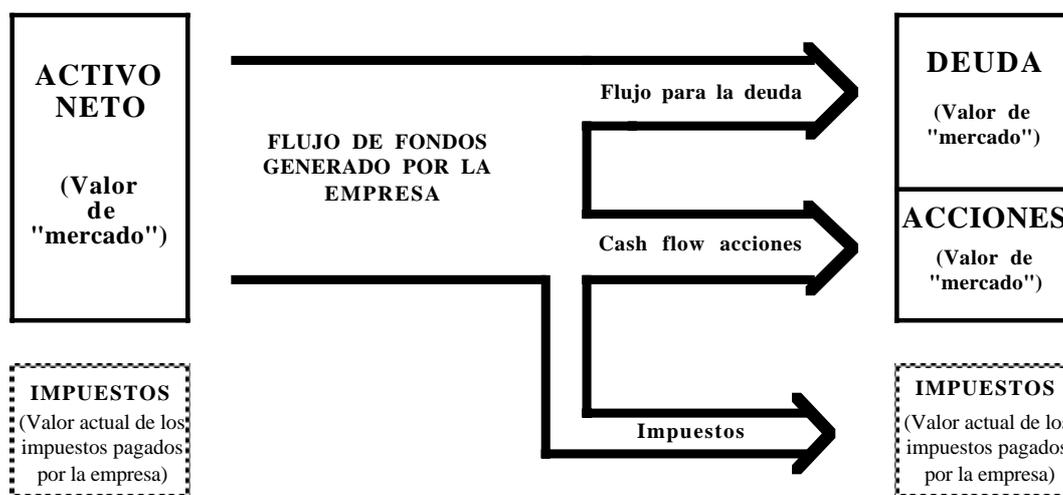
$$\begin{aligned} \text{CFacc (cash flow disponible para las acciones)} = & \\ + & \text{beneficio después de impuestos} \\ + & \text{amortización} \\ - & \text{aumento de necesidades operativas de fondos (activo circulante neto)} \\ - & \text{devolucion deuda} \\ + & \text{aumento deuda} \\ - & \text{aumento gastos amortizables} \\ - & \text{inversiones en activo fijo} \\ + & \text{valor contable de activos retirados o vendidos} \end{aligned}$$

El cash flow disponible para las acciones de un periodo es el aumento de caja (por encima de la caja “mínima”, cuyo aumento va incluido en el aumento de necesidades operativas de fondos). durante ese periodo, antes de proceder al reparto de dividendos.

- FCF (free cash flow o cash flow libre) =**
- + beneficio después de impuestos
 - + amortización
 - aumento de necesidades operativas de fondos (activo circulante neto)
 - aumento gastos amortizables
 - inversiones en activo fijo
 - + intereses (1 - T)
 - + valor contable de activos retirados o vendidos

Nótese que el FCF es igual al hipotético cash flow para las acciones que habría tenido la empresa si no tuviera deuda en su pasivo.

El siguiente diagrama condensa el enfoque de valoración de empresas por descuento de flujos.



2. PERPETUIDADES

Para el caso de perpetuidades las fórmulas [1], [2] y [3] se transforman en [1p], [2p] y [3p].

[1p] $C = \frac{FCF}{WACC} - D ; D = \frac{I}{Kd}$

[2p] $C = \frac{CFacc}{Ke}$

[3p] $C = \frac{FCF}{Ku} + VAN(\text{ahorro de impuestos}) - D$

Además, la fórmula que relaciona FCF y CFacc es:

[4p] $CFacc = FCF - I(1 - T) = FCF - D Kd(1 - T)$

2.1 Relaciones que se obtienen a partir de las fórmulas

A continuación, vamos a deducir algunas relaciones importantes emparejando las fórmulas y basándonos en el hecho de que los resultados que proporcionan han de ser iguales⁴.

De igualar las fórmulas [1p] y [2p], utilizando [4p], resulta:

$$C = \frac{CFacc + DKd(1 - T)}{WACC} - D$$

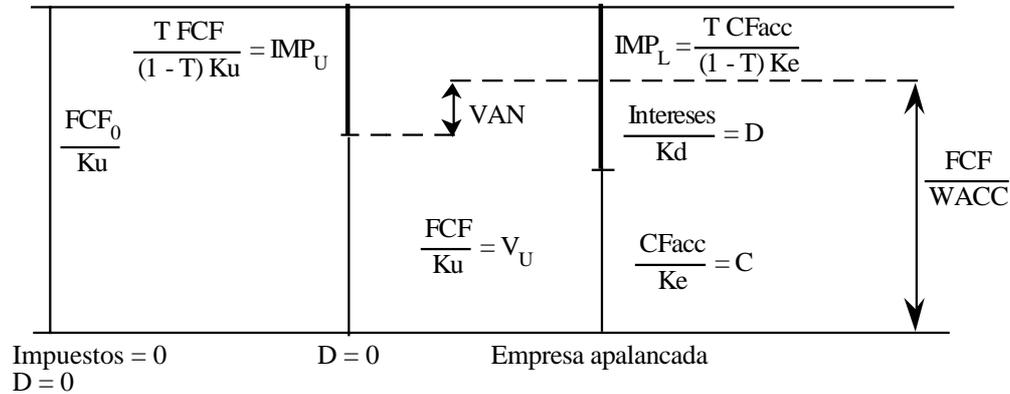
⁴ Al imponer el cumplimiento de [3p], estamos aceptando el teorema de Modigliani-Miller con impuestos. Se supone que la generación de valor (el FCF) no depende del apalancamiento. El FCF se supone idéntico en la empresa apalancada y sin apalancar. Tampoco se consideran los “costes de quiebra”.

$$C = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{WACC} - D$$

luego

$$[8] \quad WACC = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D}$$

Para una perpetuidad, el beneficio después de impuestos (BDT) es idéntico al Cash-Flow para las acciones: $BDT = CF_{acc}$.



Llamamos FCF_0 al free cash flow de la empresa si no hubiera impuestos.

$$FCF = FCF_0 (1 - T). \quad 5$$

Para la empresa sin apalancar ($D = 0$): impuestos_U = $T \cdot BAT_U = T FCF_0$. Luego los impuestos de la empresa sin apalancar tienen el mismo riesgo que FCF_0 , y deben actualizarse a la tasa K_u .

Para la empresa apalancada:

$$\text{impuestos}_L = T BAT_L = \frac{T BDT_L}{(1 - T)} = \frac{T CF_{acc}}{(1 - T)}$$

Luego los impuestos de la empresa apalancada tienen el mismo riesgo que el CF_{acc} y deben actualizarse a la tasa K_e .

El valor de los impuestos de la empresa apalancada, esto es, el valor de la participación del Estado en la empresa es⁶:

$$IMP_L = \frac{T BAT}{K_e} = \frac{T BDT}{(1 - T) K_e} = \frac{T CF_{acc}}{(1 - T) K_e}$$

El valor de los impuestos de la empresa sin apalancar es:

$$IMP_U = \frac{T FCF}{(1 - T) K_u}$$

El VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses es exactamente:

$$IMP_U - IMP_L = \frac{T}{1 - T} \left(\frac{FCF}{K_u} - \frac{CF_{acc}}{K_e} \right)$$

Haciendo uso de [2p] y [3p]:

$$VAN = \frac{T}{1 - T} (C + D - VAN - C)$$

con lo que resulta: $VAN = DT$

De igualar las fórmulas [2p] y [3p], teniendo en cuenta [4p], resulta:

$$C = \frac{FCF}{K_u} + DT - D = \frac{CF_{acc} + DK_d (1 - T)}{K_u} - D(1 - T)$$

$$C = \frac{CK_e + DK_d (1 - T)}{K_u} - D(1 - T)$$

⁵ Nótese que FCF y FCF_0 tienen el mismo riesgo: K_u .

⁶ El beneficio antes de impuestos (BAT) se relaciona con el beneficio después de impuestos (BDT): $BDT = BAT (1 - T)$.

luego:

$$[9] \quad K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)} = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{V_u}$$

Otro modo de expresar [9] es:

$$K_e = K_u + \frac{D (1 - T)}{C} (K_u - K_d) \quad 7$$

Sustituyendo K_e , K_u y K_d :

$$R_F + \beta_U P_M = \frac{C [R_F + \beta_L P_M] + D (1 - T) [R_F + \beta_d P_M]}{C + D (1 - T)}$$

[10]

$$\beta_U = \frac{C \beta_L + D (1 - T) \beta_d}{C + D (1 - T)}$$

[11]

$$\beta_L = \frac{\beta_U [C + D (1 - T)] - \beta_d D (1 - T)}{C}$$

Igualando [1p] y [3p], resulta:

$$C = \frac{FCF}{K_u} + DT - D = \frac{WACC (C + D)}{K_u} - D (1 - T) \quad K_u = WACC \frac{C + D}{C + D (1 - T)}$$

$$[12] \quad WACC = K_u \frac{C + D (1 - T)}{C + D} = K_u \left(1 - \frac{D T}{C + D} \right)$$

La fórmula [12] indica que con impuestos, el WACC es siempre inferior a K_u y tanto más pequeño cuanto mayor es el apalancamiento. Nótese también que el WACC es independiente de K_d y K_e ⁸. Cuando $D = 0$, $WACC = K_u$; cuando $C = 0$, $WACC = K_u (1 - T)$.

A partir de [3p] podemos escribir:

$$C = \frac{FCF}{K_u} + DT - D = \frac{CF_{acc} + D K_d (1 - T)}{K_u} + \frac{D K_u T}{K_u} - D$$

$$[13] \quad C = \frac{CF_{acc}}{K_u} - \frac{D (1 - T) (K_u - K_d)}{K_u}$$

2.2 Beta correspondiente al WACC **

A continuación, tratamos de obtener la beta correspondiente al llamado coste ponderado de la deuda y de los recursos propios (WACC). $WACC = R_F + \beta_W P_M$. Utilizando la fórmula [8]:

$$[R_F + \beta_W P_M] (C + D) = C [R_F + \beta_L P_M] + D (1 - T) [R_F + \beta_d P_M]$$

$$R_F (C + D) + \beta_W P_M (C + D) = R_F (C + D) - R_F T D + C \beta_L P_M + D (1 - T) \beta_d P_M$$

$$\beta_W = \frac{C \beta_L + D (1 - T) \beta_d}{C + D} - R_F \frac{T D}{P_M (C + D)} = \frac{\beta_U [C + D (1 - T)]}{C + D} - \frac{R_F T D}{P_M (C + D)}$$

2.3 Ejemplos de empresas sin crecimiento

La Tabla 1 muestra la valoración de seis empresas distintas sin crecimiento. Las empresas difieren entre sí en la tasa de impuestos, en el coste de la deuda y en la magnitud de la deuda. La columna 1 corresponde a la empresa sin deuda y sin impuestos. La columna 2 corresponde a la misma empresa con impuestos del 35%. La columna 3 corresponde a una empresa con deuda igual a 1.000 millones y sin impuestos. Las columnas 4 y 5 corresponden a la

⁷ Esta fórmula "parece" indicar que si aumentan los impuestos, K_e disminuye. Sin embargo, esto no es cierto. K_e no depende de T . En la fórmula, K_u , K_d y D no dependen de T , ni tampoco K_e . Sí que depende de T , sin embargo, C . Un poco de álgebra permite comprobar que si los impuestos aumentan una cantidad ΔT , la disminución del valor de los recursos propios (ΔC), es:

$$\Delta C = - \frac{C \Delta T}{1 - T}$$

⁸ Esto puede parecer no intuitivo, pero es lógico. Imaginemos una situación en que la deuda de la empresa tiene un coste (r) muy grande (superior a su riesgo). En esa situación el valor de la deuda será superior a su valor nominal (N), según la relación $Nr = D K_d$, que veremos en el apartado 5 de esta nota.

empresa con deuda igual a 1.000 millones, impuestos del 35% y distintos costes de la deuda. La columna 6 corresponde a una empresa más endeudada (deuda de 2.000 millones), y con impuestos del 35%.

Las líneas 1 a 5 muestran la cuenta de resultados de las empresas.

La línea 8 muestra el Cash-flow disponible para las acciones.

La línea 9 muestra el Free-cash-flow.

Línea 10. Se supone una beta sin apalancar (equivalente a la beta de los activos netos) igual a 1,0.

Línea 11. La tasa sin riesgo se supone igual al 12%

Línea 12. Se toma como prima de mercado un 8%.

Línea 13. Con los datos anteriores, el coste de los recursos propios de la empresa sin apalancar (K_u) resulta un 20% en todos los casos.

Línea 14. El valor de la empresa sin apalancar ($V_u = FCF/K_u$), resulta que es 5.000 millones para las empresas sin impuestos y 3.250 millones para las empresas con impuestos del 35%. La diferencia (1.750 millones) es el valor actual de los impuestos.

Línea 15. Muestra la magnitud de la deuda de la empresa.

Línea 16 es el coste de la deuda de la empresa.

Línea 17. Beta correspondiente al coste de la deuda según la fórmula [7]

Línea 18. Valor actual neto del ahorro de impuestos debido al pago de intereses, que en **este** caso (por ser una perpetuidad) es $D \cdot T$.

Líneas 19 y 20. Son la aplicación de la fórmula [3p].

Línea 21. Muestra la beta de los recursos propios según la fórmula [10].

Línea 22. Muestra el coste de los recursos propios según la fórmula [6]

Línea 23. Cálculo del valor de los recursos propios utilizando la fórmula [2p].

Línea 24. Coste ponderado de los recursos propios y de la deuda, calculado según la fórmula [8].

Líneas 25 y 26. Cálculo del valor de los recursos propios utilizando la fórmula [1p].

La figura 1, la tabla 2 y la tabla 3 resaltan los resultados más importantes de la tabla 1

**TABLA 1
EMPRESAS SIN CRECIMIENTO**

	D = 0 T = 0%	D = 0 T = 35%	D = 1000 T = 0% Kd = 13%	D = 1000 T = 35% Kd = 13%	D = 1000 T = 35% Kd = 14%	D = 2000 T = 35% Kd = 14%
	g=0%	g=0%	g=0%	g=0%	g=0%	g=0%
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
1 Margen	1000	1000	1000	1000	1000	1000
2 Intereses	0	0	130	130	140	280
3 BAT	1000	1000	870	870	860	720
4 Impuestos	0	350	0	304,5	301	252
5 BDT	1000	650	870	565,5	559	468
6 + Amortización	200	200	200	200	200	200
7 - Inversiones	-200	-200	-200	-200	-200	-200
8 CF acciones	1000	650	870	565,5	559	468
9 FCF	1000	650	1000	650	650	650
10 Beta del activo (β_u)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
11 R_f	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%
12 $(R_m - R_f) =$ prima de mercado	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%
13 K_u	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%
14 V_u	5.000	3.250	5.000	3.250	3.250	3.250
15 D	0	0	1.000	1.000	1.000	2.000
16 K_d			13,00%	13,00%	14,00%	14,00%
17 Beta d (β_d)			0,125	0,125	0,250	0,250
18 VAN ahorro impuestos por intereses = DT	0	0	0	350	350	700
19 VAN ahorro inter. + V_u	5.000	3.250	5.000	3.600	3.600	3.950
20 - D = $E I$	5.000	3.250	4.000	2.600	2.600	1.950
21 Beta de las acciones (β_L)	1,000000	1,000000	1,218750	1,218750	1,187500	1,500000
22 K_e	20,00%	20,00%	21,75%	21,75%	21,50%	24,00%
23 $E 2 = CF / K_e$	5.000	3.250	4.000	2.600	2.600	1.950
24 WACC	20,0000%	20,0000%	20,0000%	18,0556%	18,0556%	16,4557%
25 $FCF / WACC$	5.000	3.250	5.000	3.600	3.600	3.950
26 $E 3 = (FCF / WACC) - D$	5.000	3.250	4.000	2.600	2.600	1.950

Figura 1. Distintas maneras de repartir el valor global (en t = 0) de la empresa (5.000 millones) entre el Estado (cuando hay impuestos), la deuda y los recursos propios

**VALOR en t = 0 (Millones de pesetas)
Sin Crecimiento**

SIN IMPUESTOS		CON IMPUESTOS = 35%	
Sin Deuda	Con Deuda D= 1.000	Sin Deuda	Con Deuda D = 1.000
$V_U; T = 0$ 5.000	D = 1.000 $E_T = 0$ 4.000	Estado (Impuestos) 1.750 $V_U = E_U$ 3.250	D = 1.000 Estado (Impuestos) 1.400 E 2.600
[1]	[3]	[2]	[4]

Columnas de la tabla 1 con las que se corresponden estos valores

Tabla 2. Flujos anuales (Millones de pesetas). Sin crecimiento

	SIN IMPUESTOS		CON IMPUESTOS = 35%	
	Sin Deuda	Con Deuda D = 1.000	Sin Deuda	Con Deuda D = 1.000
B.A.T	1.000	870	1.000	870
Impuestos	0	0	350	304,5
B.D.T.	1.000	870	650	565,5
F.C.F.	1.000	1.000	650	650
Flujo Disponible para las acciones	1.000	870	650	565,5
Flujo para la deuda	0	130	0	130

Tabla 3. Flujos, tasas de descuento y valor de la empresa. Sin crecimiento

	[1]	[3]	[2]	[4]
Flujo Total	1.000	1.000	1.000	1.000
CFACC	1.000	870	650	565,5
Impuestos	0	0	350	304,5
Flujo Deuda	0	130	0	130
Ke	20%	21,75%	20%	21,75%
Kd	—	13%	—	13%
KIMP	—	—	20%	21,75%
$E = CF_{ACC}/K_e$	5.000	4.000	3.250	2.600
Estado = Impuestos/KIMP	—	—	1.750	1.400
D = Flujo Deuda/Kd	—	1.000	—	1.000
SUMA	5.000	5.000	5.000	5.000

Comparando las columnas [2] y [4] se observan dos puntos muy interesantes:

- En este caso (no siempre es así como veremos luego) el riesgo del flujo para las acciones es idéntico al riesgo del flujo para el estado (los impuestos).
- Al aplicar la fórmula [3], que propone que el valor de la empresa apalancada (D+C) es igual al valor de la empresa sin apalancar (V_U) + VAN del ahorro de impuesto por pago de intereses, muchos autores sostienen que el VAN ha de realizarse descontando el ahorro de impuestos (Intereses x T = 130 x 0,35 = 45,5) al coste de los recursos propios (Ke). Esto es erróneo. En nuestro ejemplo, este VAN es 350 millones = 1.000 + 2.600 - 3.250 = 1.750 - 1.400. Es

inmediato comprobar que $350 \neq 45,5/0,2175$. En este caso resulta que $350 = 45,5/0,13$, razón por la que parece que la tasa correcta para descontar sea K_d . Aunque en este caso resulte así, más adelante veremos que esto también es - salvo para perpetuidades- erróneo.

Otros resultados importantes de la tabla 1 son los siguientes:

1. El coste de los recursos propios (K_e) disminuye a medida que aumenta el coste de la deuda, al tomar ésta una parte mayor del riesgo de la empresa (que es constante y no se ve afectado por el apalancamiento).
2. El coste ponderado de capital (WACC) no depende del coste de la deuda, sino del endeudamiento y de β_u (no de cómo la β_u se reparte entre β_d y β_L)
3. Para la empresa apalancada, el WACC es siempre menor que K_u .
4. El valor de las acciones es independiente de K_d : depende del valor de la deuda, pero no de K_d . Esto no quiere decir que el interés de la deuda sea irrelevante. Es evidente que si creemos que el coste apropiado para la deuda es el 13% (así la deuda tiene un valor de 1000 millones) y el banco nos exige un 14%, las acciones disminuyen de valor porque el valor de la deuda ya no es 1000 sino 1076,9 (140/0,13). Lo que sucede es que no hay ninguna fórmula que nos diga el riesgo de la deuda a partir del riesgo del negocio y del endeudamiento. Sólo sabemos que el riesgo del negocio se ha de repartir entre la deuda y los recursos propios según [10]. Por esto el coste de la deuda tiene un cierto grado de arbitrariedad: ha de ser superior a R_F e inferior a K_u .

2.4 Determinación de la tasa de descuento apropiada para los impuestos en perpetuidades **

Siendo FCF_0 el free cash flow de la empresa sin impuestos, el valor de la empresa sin impuestos y sin deuda es:

$$V_{U0, T0} = \frac{FCF_0}{K_u}$$

$$FCF_0 (1-T) = FCF$$

$$I_{D=0} = T FCF_0 = \frac{T}{1-T} FCF \quad FCF_0 = \frac{FCF}{1-T}$$

$$I_p = (FCF_0 - Int) T = \left[\frac{FCF}{1-T} - Int \right] T \quad \frac{FCF_0}{K_u} = \frac{Imp}{K_I} + \frac{Int}{K_d} + \frac{CFacc}{K_e}$$

$$\frac{FCF_0}{K_u} = \frac{\left[\frac{FCF}{1-T} - Int \right] T}{K_I} + D + C \quad \frac{FCF}{1-T} = \frac{\left[\frac{FCF}{1-T} - D K_d \right] T}{K_I} + D + C$$

pero [3p]: $FCF = [C + D (1 - T)] K_u$

$$\frac{C}{1-T} + D = \frac{\frac{[C + D (1 - T)] K_u}{1-T} - D K_d}{K_I} T + D + C$$

$$\frac{C}{1-T} - C = \frac{[C + D (1 - T)] K_u - [D (1 - T) K_d]}{(1 - T) K_I} T$$

$$K_I = \frac{[C + D (1 - T)] K_u - [D (1 - T) K_d]}{C T}$$

$$K_I = \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - D (1 - T) K_d}{C} = K_e$$

[14] $K_I = K_e$

Por consiguiente, en el caso de perpetuidades el riesgo de los impuestos es idéntico al riesgo del flujo disponible para las acciones⁹.

2.5. Una fórmula para la rentabilidad exigida a la deuda**

La fórmula [9] nos dice la relación que debe haber entre K_u , K_e y K_d para cada nivel de endeudamiento, pero no hemos encontrado ninguna fórmula que nos diga cómo calcular K_d a partir del riesgo de la empresa (K_u) y del endeudamiento. K_d se puede interpretar como la rentabilidad "razonable" que deben (o deberían) exigir los bonistas o el banco, de acuerdo al riesgo de la empresa y a la magnitud de la deuda. Por el momento, estamos suponiendo que K_d es también el interés que paga la empresa por su deuda. En el apartado 5 veremos qué sucede cuando los intereses pagados no coinciden con K_d .

⁹ Esto sólo es cierto para perpetuidades sin crecimiento, como veremos más adelante.

Comparando la fórmula [13] con [2p], vemos que ofrece una alternativa para calcular el valor de las acciones sin calcular K_e :

$$\frac{CF_{acc} - D(1-T)(K_u - K_d)}{K_u} = \frac{CF_{acc}}{K_e}$$

De la fórmula [13], podemos calcular la “deuda máxima teórica” (la denominamos D_0), esto es, aquella para la que el valor de las acciones se hace cero. En esa situación $CF_{acc} = 0$, por consiguiente:

$$D_0 = \frac{FCF}{K_d(1-T)}$$

Además, en ese punto, $K_d = K_u$. Esto es lógico porque todo el flujo generado por los activos corresponde a la deuda. Por tanto, el riesgo de la deuda en ese punto ha de ser idéntico al riesgo de los activos.

Por otro lado, para una deuda mínima, el coste debe ser R_F . Una descripción del coste de la deuda que cumple estas dos condiciones es:

$$[15] \quad K_d = R_F + \frac{D(1-T)}{D(1-T)+C}(K_u - R_F);$$

lo que implica

$$[15a] \quad \beta_d = \frac{D(1-T)}{D(1-T)+C}\beta_u$$

Con esta definición de β_d , sustituyendo en [9] se verifica que:

$$K_e = K_u + \frac{D(1-T)}{D(1-T)+C}(K_u - R_F)$$

y $K_e - K_d = K_u - R_F = \beta_u P_M$

Nótese que $C + D(1-T) = V_U$; luego

$$\beta_d = \frac{D(1-T)}{V_U}\beta_u; \quad K_d = R_F + \frac{D(1-T)}{V_U}(K_u - R_F)$$

$$K_e = K_u + \frac{D(1-T)}{V_U}(K_u - R_F)$$

Otras relaciones de interés son:

$$K_e - K_d = \frac{D(1-T)+C}{C}(K_u - K_d); \quad K_e - K_u = \frac{D(1-T)}{C}(K_u - K_d)$$

Las siguientes figuras muestran cómo cambian las tasas de descuento y el valor de las acciones de la empresa en función del endeudamiento. Nótese que **estamos suponiendo el FCF y K_u independientes del nivel de endeudamiento.**

La figura 2 utiliza la fórmula [15] para un ejemplo y muestra cómo cambian K_d , K_e y el WACC cuando aumenta el apalancamiento. La figura 3 hace referencia al mismo ejemplo y muestra la evolución del valor de la deuda y de las acciones cuando aumenta el apalancamiento

La figura 4 hace referencia a un supuesto ilógico (relativo al coste de la deuda K_d) que se utiliza con frecuencia para justificar la existencia de la estructura óptima de capital.

Las figuras 5 y 6 muestran cómo para tasas de impuestos elevadas y niveles de endeudamiento muy elevados, el WACC puede ser inferior a R_F .

Figura 2. Empresa sin crecimiento
 $T = 35\%$; $FCF = 100$; $R_f = 12\%$; $\beta_U = 1$; $P_m = 8\%$; $\beta_D = \beta_U * D / (C + D(1-T))$

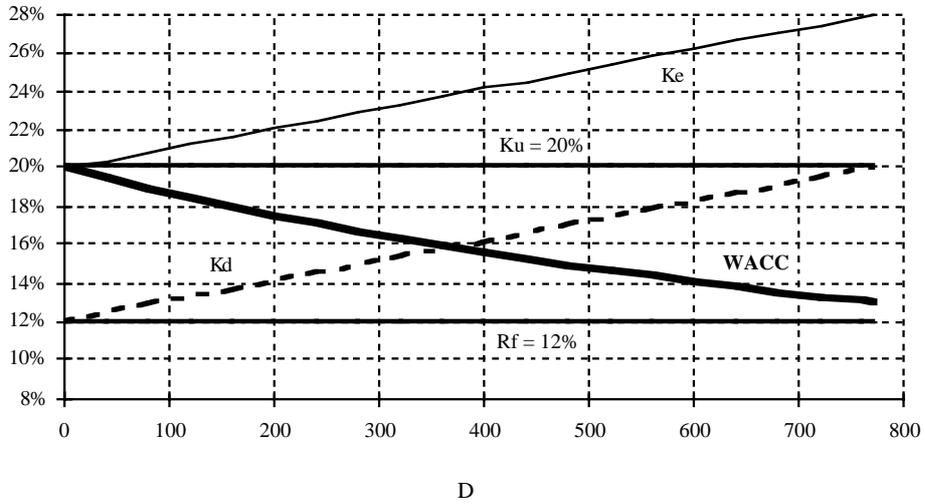


Figura 3. Empresa sin crecimiento
 $T = 35\%$; $FCF = 100$; $R_f = 12\%$; $\beta_U = 1$; $P_m = 8\%$; $\beta_D = \beta_U * D / (C + D(1-T))$

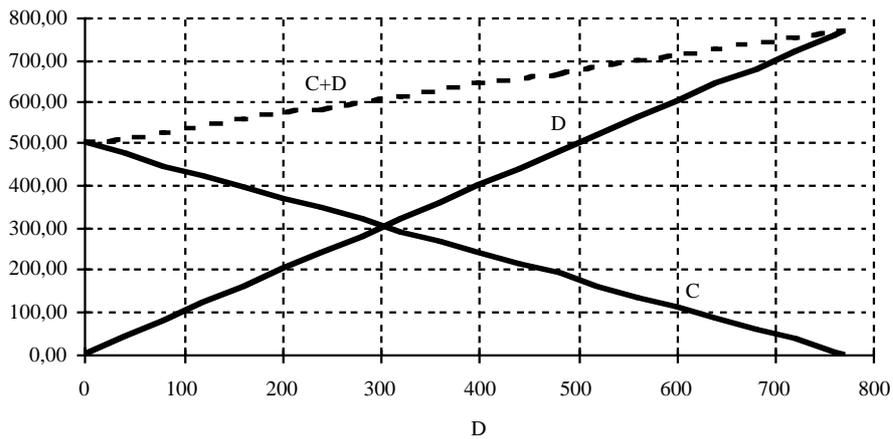


Figura 4. Empresa sin crecimiento
 $T = 35\%$; $FCF = 100$; $R_f = 12\%$; $\beta_U = 1$; $P_m = 8\%$;
 Coste arbitrario de la deuda que produce (al ser el WACC dependiente exclusivamente de K_u) un K_e ilógico.

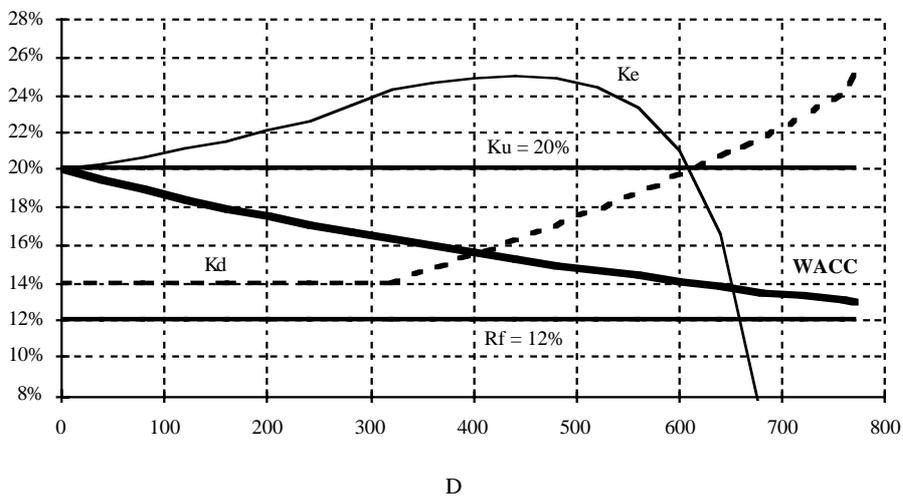


Figura 5. Empresa sin crecimiento
 $T = 50\%$; $FCF = 100$; $Rf = 12\%$; $\beta_u = 1$; $P_m = 8\%$; $\beta_d = \beta_u * D / (C + D(1-T))$
 Al ser la tasa de impuestos elevada, el WACC es inferior a Rf para endeudamientos elevados

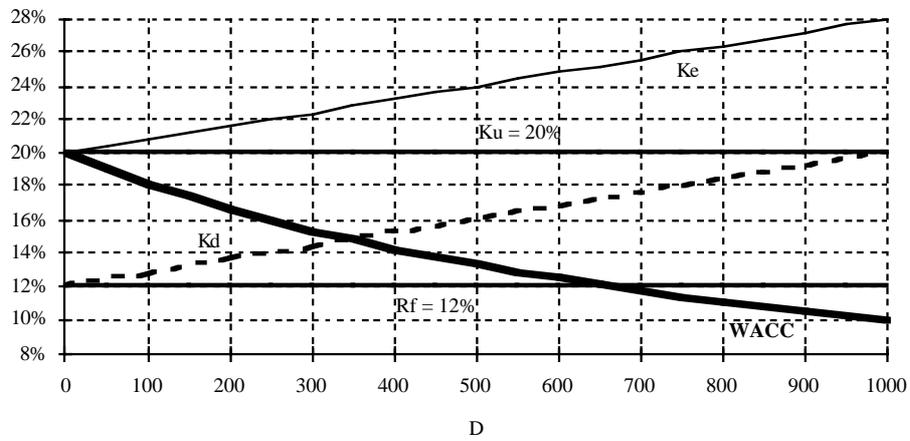
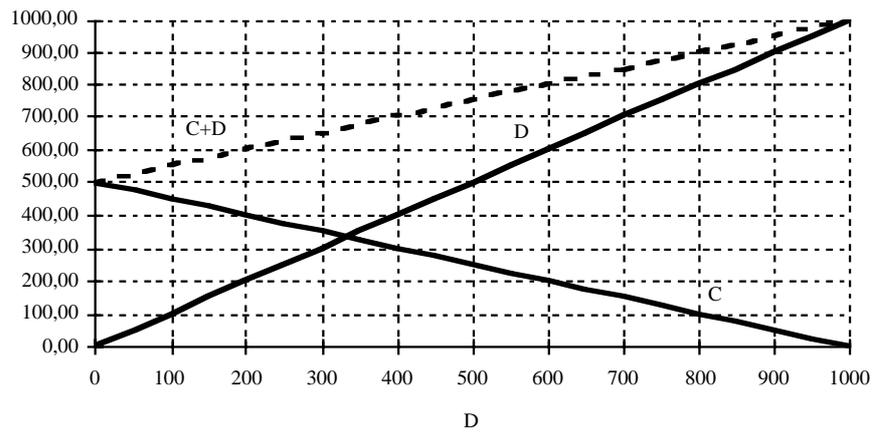


Figura 6. Empresa sin crecimiento
 $T = 50\%$; $FCF = 100$; $Rf = 12\%$; $\beta_u = 1$; $P_m = 8\%$; $\beta_d = \beta_u * D / (C + D(1-T))$
 Al ser la tasa de impuestos elevada, el WACC es inferior a Rf para endeudamientos elevados: $C + D > FCF/Rf$



3. EMPRESAS CON CRECIMIENTO CONSTANTE

En el caso de empresas con crecimiento constante (g), las fórmulas [1], [2] y [3] se transforman en [1c], [2c] y [3c].

$$[1c] \quad C = \frac{FCF_1}{WACC - g} - D$$

$$[2c] \quad C = \frac{CFacc_1}{Ke - g}$$

$$[3c] \quad C = \frac{FCF_1}{K_u - g} + VAN \text{ (ahorro de impuestos por pago de intereses)} - D$$

Además, la fórmula que relaciona FCF y CFacc es:

$$[4c] \quad CFacc_1 = FCF_1 - I_1 (1 - T) + \Delta D_1; \quad \text{como } I_1 = D_0 Kd; \quad \text{y} \quad \Delta D_1 = g D_0,$$

$$CFacc_1 = FCF_1 - D_0 [Kd (1 - T) - g]$$

Aunque parece obvio, es interesante resaltar que el valor de la deuda en $t = 0$ (D) es

$$D = \frac{(I - \Delta D)_1}{Kd - g} = \frac{Kd D - gD}{Kd - g} = D$$

3.1 Relaciones que se obtienen a partir de las fórmulas

A continuación, vamos a deducir algunas relaciones importantes emparejando las fórmulas y basándonos en el hecho de que los resultados que proporcionan han de ser iguales. Seguimos el mismo procedimiento que hicimos en el caso de empresas sin crecimiento.

Como [1c] ha de ser igual a [2c] resulta (utilizando [4c]):

$$C = \frac{FCF - D[Kd (1-T) - g]}{Ke - g} = \frac{(C + D) (WACC - g) - D[Kd (1-T) - g]}{Ke - g}$$

luego:

$$[8] \quad WACC = \frac{C Ke + D Kd (1-T)}{C + D}$$

como habíamos obtenido para perpetuidades

Como [1c] ha de ser igual a [3c], resulta:

$$(C + D) (WACC - g) = (C + D - VAN) (K_u - g)$$

luego:

$$VAN = (C + D) \frac{K_u - WACC}{K_u - g}$$

Como [2c] ha de ser igual a [3c], resulta (utilizando [4c]):

$$C + D - VAN = \frac{CFacc + D [Kd (1 - T) - g]}{K_u - g} = \frac{C (Ke - g) + D [Kd (1-T) - g]}{K_u - g}$$

luego

$$[15b] \quad VAN = (C + D) \frac{K_u - WACC}{K_u - g}$$

lo mismo que acabamos de obtener.

El flujo para la deuda y el flujo disponible para las acciones (y los impuestos, por tanto) dependen de Kd , pero no dependen de Kd el valor de la deuda D (que ha sido prefijado), el valor de las acciones C y, por tanto, el valor de los impuestos.

Si actualizásemos el ahorro de impuestos por pago de intereses a la tasa Kd resultaría:

$$VAN = \frac{D Kd T}{Kd - g}$$

que sí depende de Kd .

Luego **no se puede actualizar -en general- el flujo del ahorro de impuestos por pago de intereses a la tasa Kd .**

La razón es que el VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses no es el VAN de un flujo ($D Kd T$, que crece a una tasa g), sino que es la diferencia de los valores actuales netos de dos flujos con distinto riesgo: el VAN de

los impuestos de la empresa sin deuda a la tasa K_u y el VAN de los impuestos de la empresa con deuda a la tasa K_I (mayor que K_u)

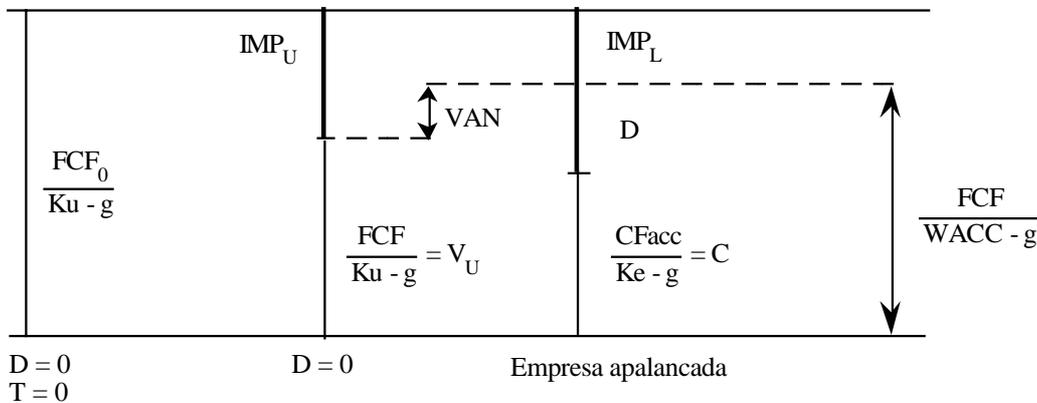
Sustituyendo [12] en [15b], resulta:

$$VAN = \frac{C + D}{K_u - g} \left[K_u - K_u \frac{C + D (1 - T)}{C + D} \right] = \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

[16] **VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses = $\frac{D T K_u}{K_u - g}$**

Nótese de nuevo que esta expresión no es el VAN de un flujo, sino la diferencia de 2 valores actuales netos de dos flujos con distinto riesgo: el de los impuestos de la empresa sin deuda y el de los impuestos de la empresa con deuda¹⁰.

**Reparto del valor de la empresa sin impuestos y sin deuda
entre las acciones, la deuda y los impuestos
Se considera que FCF y FCF₀ tienen el mismo riesgo: K_u**



A partir de [3c], utilizando [16] y [4c], se obtiene:

$$C = \frac{FCF}{K_u - g} + \frac{D K_u T}{K_u - g} - D = \frac{C_{Facc} + D K_d (1 - T) - g D + D K_u T - D K_u + g D}{K_u - g}$$

[17]
$$C = \frac{C_{Facc}}{K_u - g} - \frac{D (K_u - K_d) (1 - T)}{K_u - g}$$

Esta es una fórmula alternativa a la [2c] para calcular el valor de las acciones a partir de C_{Facc} sin tener que calcular K_e .

La “deuda máxima teórica” que admite la empresa, esto es, aquella en que $C = 0$ será (cuando $C_{Facc} = 0$)¹¹

[18]
$$D_0 = \frac{FCF}{K_d (1 - T) - g}$$

En este punto, por [17], $K_d = K_u$, luego

$$D_0 = \frac{FCF_1}{K_u (1 - T) - g} = \frac{V_U (K_u - g)}{K_u (1 - T) - g}$$

Un poco de álgebra permite observar que:

[9]
$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

¹⁰ Otra interpretación de esta fórmula (aunque poco “realista”) es que el VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses (al ser independiente de K_d) es igual al VAN del ahorro de impuestos que habría si la deuda tuviese un coste de K_u . Si la deuda tuviese un coste K_u , entonces también $K_e = K_u$ y el riesgo de los impuestos también sería K_u

¹¹ En esta situación, todo el flujo de la empresa corresponde a la deuda, por lo tanto el riesgo de la deuda es idéntico al de los activos: $K_d = K_u$.

3.2 Determinación de la tasa k_{VAN} a la que se debería descontar el ahorro de impuestos real por pago de intereses para una empresa con crecimiento constante **

A partir de [15], podemos calcular la tasa (K_{VAN}) a la que descontar el ahorro real de impuestos por pago de intereses (en $t = 1$, este ahorro es $D T K_d$).

$$\frac{D T K_u}{K_u - g} = \frac{D T K_d}{K_{VAN} - g} = VAN \text{ del ahorro de impuestos por pago de intereses}$$

$$K_{VAN} - g = (K_u - g) \frac{K_d}{K_u}$$

Como $K_d < K_u \Rightarrow K_d < K_{VAN} < K_u$, como puede apreciarse en la siguiente tabla:

Valores de K_{VAN} en función de K_d y K_u para una empresa con crecimiento constante del 5%

K_d	K_u					
	15%	16%	17%	18%	19%	20%
13%	13,67%	13,94%	14,18%	14,39%	14,58%	14,75%
14%	14,33%	14,63%	14,88%	15,11%	15,32%	15,50%
15%	15,00%	15,31%	15,59%	15,83%	16,05%	16,25%

$$K_{VAN} = g + K_d \left(1 - \frac{g}{K_u}\right) \text{ caso de crecimiento constante}$$

$$VAN = \frac{Imp_U}{K_{I_U} - g} - \frac{Imp_L}{K_{I_L} - g} = \frac{D T K_d}{K_{VAN} - g} = \frac{Imp_U - Imp_L}{K_{VAN} - g}$$

No confundir K_{VAN} con la tasa apropiada para descontar los impuestos.

Es importante recalcar de nuevo que K_{VAN} no es una tasa de descuento propiamente dicha: las tasas reales son la tasa a la que descontamos los impuestos en la empresa apalancada (k_{I_L}) y la tasa a la que descontamos los impuestos en la empresa sin apalancar (k_{I_U}).

K_{VAN} es una *pseudo-tasa* con la que se descuenta la diferencia de dos flujos (los impuestos de la empresa sin apalancar y de la empresa apalancada), con distinto riesgo cada uno de ellos.

En la sección 3.4 se deducen las expresiones de k_{I_L} y k_{I_U} .

3.3 Ejemplos de empresas con crecimiento constante

Los anexos 1, 2, 3 y 4 muestran la valoración de cuatro empresas distintas con un crecimiento del 5% en todos los parámetros excepto los activos fijos netos, que permanecen constantes. El anexo 1 bis es idéntico al anexo 1 pero los activos fijos netos crecen también un 5%. Las empresas difieren entre sí en la tasa de impuestos y en la magnitud de la deuda. La figura 7, la Tabla 4 y la Tabla 5 resaltan los resultados más importantes de estos cuatro anexos.

A continuación se explican las líneas de los anexos 1 a 4.

Las líneas 1 a 11 muestran las previsiones del balance para la empresa durante los próximos 5 años.

La línea 12 muestra las necesidades operativas de fondos previstas.

Las líneas 14 a 22 muestran las cuentas de resultados previstas.

Las líneas 23 a 27 muestran el cálculo del Cash-Flow disponible para las acciones en cada año.

La línea 28 muestra el Free Cash Flow de cada año.

Las líneas 29 y 30 muestran los crecimientos del Cash-Flow disponible para las acciones y del Free Cash Flow.

La línea 37 muestra la beta para la empresa sin apalancar (que coincide con la beta de los activos netos = β_u) que se ha supuesto igual a 1.

La línea 38 muestra la tasa sin riesgo que se ha supuesto 12%.

La línea 39 muestra la prima de mercado que se ha supuesto 8%.

Con estos resultados se calcula la línea 40 que resulta $K_u = 20\%$.

La línea 41 muestra el valor de la empresa sin apalancar V_u descontando los Free-Cash-Flows futuros a la tasa $K_u - g$.

Las líneas 43 y 44 muestran cuál sería el Free-Cash-Flow de la empresa si no hubiese impuestos y cuál sería V_u en ausencia de impuestos.

La línea 49 muestra el coste de la deuda que se ha supuesto 15%.

La línea 50 es la beta de la deuda (β_d) correspondiente a su coste que resulta 0,375.

La línea 51 muestra el valor actual neto del ahorro de impuestos debido al pago de intereses.

La línea 52 es la aplicación de la fórmula [3c].

La línea 53 resulta de restar el valor de la deuda a la línea 52, con lo que se obtiene el valor de mercado para

las acciones.

La línea 54 muestra la beta de los recursos propios (β_L), utilizando la fórmula [10].

La línea 55 muestra el coste de los recursos propios correspondientes a la beta de la línea anterior.

La línea 56 es el resultado de utilizar la fórmula [2c]. Coincide con la línea 53.

La línea 59 muestra el coste ponderado de los recursos propios y la deuda (WACC), según la fórmula [8].

La línea 60 muestra el valor actual del Free Cash Flow descontado al WACC.

La línea 61 muestra el valor de los recursos propios según la fórmula [1c], que también coincide con las líneas 56 y 53.

La línea 64 muestra un modo incorrecto de calcular el valor actual neto de los impuestos: descontándolos a la tasa K_e .

Figura 7. Distintas maneras de repartir el valor global (en $t = 0$) de la empresa (6.667 Millones) entre el Estado (cuando hay impuestos), la deuda y los recursos propios

VALOR en $t = 0$ (Millones de pesetas)
Crecimiento = 5%

SIN IMPUESTOS		CON IMPUESTOS = 35%	
Sin Deuda	Con Deuda D= 500	Sin Deuda	Con Deuda D = 500
$V_{U; T=0}$ 6.667	D = 500 $E_{T=0}$ 6.167	Estado (Impuestos) 2.450 $V_U = E_U$ 4.217	D = 500 Estado (Impuestos) 2.217 E 3.950
[3]	[2]	[4]	[1]

Anexos con los que se corresponden estos valores

Tabla 4
Flujos del año 1 (Millones de pesetas)
Crecimiento = 5%

	SIN IMPUESTOS		CON IMPUESTOS = 35%	
	Sin Deuda	Con Deuda D = 500	Sin Deuda	Con Deuda D = 500
B.A.T	1.050	975	1.050	975
Impuestos	0	0	367,5	341,25
B.D.T.	1.050	975	682,5	633,75
F.C.F.	1.000	1.000	632,5	632,5
Flujo Disponible para las acciones	1.000	950	632,5	608,75
Flujo para la deuda	0	50	0	50

Es importante destacar que el riesgo de los impuestos es distinto del riesgo del cash-flow disponible para las acciones. El riesgo de ambos flujos será idéntico únicamente si $\text{Impuestos} + \text{CFacciones} = \text{B.A.T}$. Esto sólo sucede si $\text{CFacciones} = \text{B.D.T.}$, ya que los impuestos son un 35% del B.A.T.

En este caso (año 1, anexo 1), el cash-flow disponible para las acciones (608,75) es inferior al BDT (633,75%), motivo por el que los impuestos tienen menos riesgo que el cash-flow disponible para las acciones.

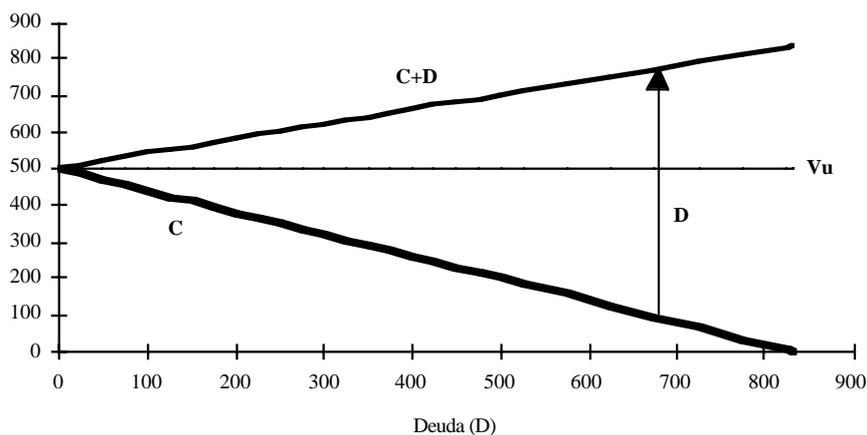
Por ello, si descontamos los flujos previstos para los impuestos a la tasa K_e (ver línea 64), obtenemos un valor de la participación del estado en la empresa de 2214 millones, en lugar de 2217 que es el valor real. En este ejemplo la diferencia es pequeña, pero puede ser sustancial.

Tabla 5. Flujos, tasas de descuento y valor de la empresa con crecimiento anual = 5%

	<i>Anexos con los que se corresponden estos valores</i>			
	<i>[3]</i>	<i>[2]</i>	<i>[4]</i>	<i>[1]</i>
Flujo del año 1				
CF _{acc} 1.000	950	632,5	608,75	
Impuestos	—	—	367,5	341,25
Flujo Deuda	—	50	—	50
Ke	20%	20,4054%	20%	20,4114%
Kd	—	15%	—	15%
KIMP	—	—	20%	20,3947% ¹²
E = CF _{ACC} /(Ke-g)	6.667	6.167	4.217	3.950
Estado = Impuestos/(KIMP-g)	—	—	2.450	2.217
D = Flujo Deuda/(Kd-g)	—	500	—	500
SUMA	6.667	6.667	6.667	6.667

Las figuras 8, 9 10 y 11 permiten observar el efecto del apalancamiento, del crecimiento, de los impuestos y de la prima de mercado en el valor de las acciones.

Figura 8. Aumento del valor de (C+D) con el apalancamiento.
FCF = 100; g=0; T = 40%; Ku = 20%; Rf = 12%



12 Resulta de hacer la operación:

$$\frac{341,25}{(K_{IMP} - 0.05)} = 2.217$$

Figura 9. Influencia del crecimiento en el valor de las acciones
 $FCF_1 = 100; T = 40\%; K_u = 20\%; R_f = 12\%$

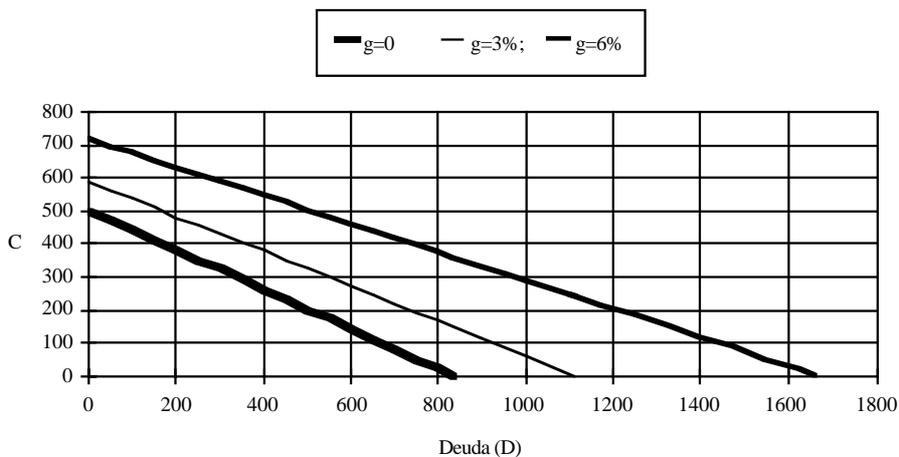


Figura 10. Influencia de la tasa de impuestos en el valor de las acciones
 $FCF_1 = 100; g = 0\%; K_u = 20\%; R_f = 12\%$

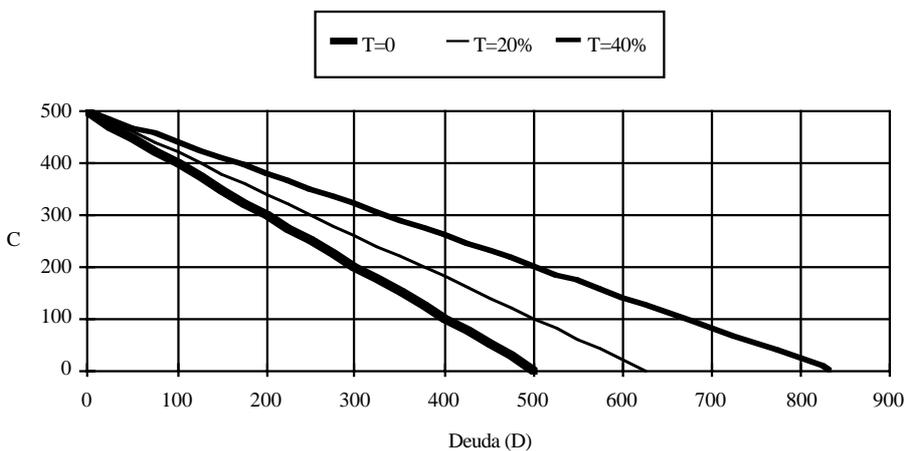
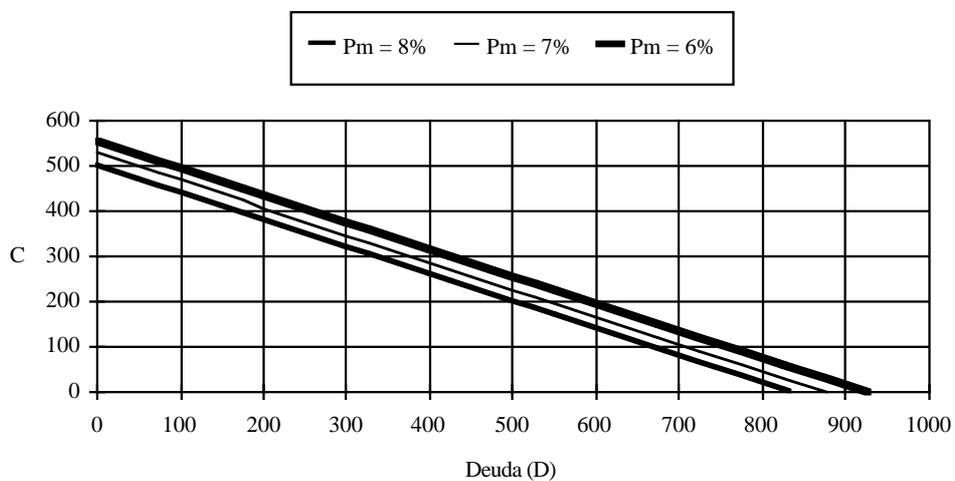


Figura 11. Influencia de la prima de mercado en el valor de las acciones
 $FCF = 100; T = 40\%; \beta_u = 1; R_f = 12\%; g = 0.$



3.4 Determinación de la tasa de descuento de los impuestos para empresas con crecimiento constante **

Denominamos FCF_0 al Free Cash Flow de la empresa sin impuestos.

Es evidente que $FCF_0 = FCF + \text{Impuestos}_u$

Impuestos_u son los impuestos que correspondería pagar a la empresa sin deuda.

Por definición: $\text{Impuestos} = T \text{ BAT}$

BAT_u es el beneficio antes de impuestos de la empresa sin deuda

Como normalmente $\text{BAT}_u \neq FCF_0$, definimos un parámetro H que tiene en cuenta esta diferencia (debida a aumentos de las Necesidades Operativas de Fondos normalmente, y también a la diferencia entre compras de activos fijos y amortización, gastos activados...). Para la empresa sin deuda:

$$\text{BAT}_u = FCF_0 + H$$

Por consiguiente: $FCF_0 = FCF + T (FCF_0 + H)$

Luego:

$$FCF_0 = \frac{FCF}{1-T} + \frac{T H}{1-T} \quad 13$$

$$\text{Imp}_1 = [FCF_0 + H_1 - K_d D_0] T$$

$$\text{Imp}_1 = \left[\frac{FCF}{1-T} + \frac{H T}{1-T} + H - K_d D \right] T$$

Como se cumple que el valor de la empresa sin deuda y sin impuestos $[FCF_0/(K_u-g)]$ se reparte entre:

$$\text{- Valor de los impuestos} = \frac{\text{Impuesto}_1}{K_1 - g}$$

$$\text{- Valor de las acciones} = C = \frac{C_{\text{Fac}}_1}{K_e - g}$$

$$\text{- Valor de la deuda} = D = \frac{D K_d - D g}{K_d - g}$$

Resulta:

$$\frac{FCF_{0_1}}{K_u - g} = \frac{\text{Impuestos}_1}{K_1 - g} + D + C$$

Sustituyendo:

$$FCF_{0_1} = \frac{FCF}{1-T} + \frac{T H}{1-T}$$

$$\text{Impuestos}_1 = \left[\frac{FCF}{1-T} + \frac{H}{1-T} - D K_d \right] T$$

y teniendo en cuenta que:

$$(C + D) (K_u - g) - D T K_u = C (K_e - g) + D [K_d (1 - T) - g],$$

resulta:

$$[19] \quad K_1 - g = \frac{C K_e - g(C + D) + H}{C K_u - g(C + D) + H} (K_u - g)$$

Operando resulta:

$$K_1 = K_u + \frac{D (1 - T) (K_u - K_d)}{C + \frac{H - g D}{K_u - g}}$$

También sabemos que:

$$K_e = K_u + \frac{D (1 - T) (K_u - K_d)}{C}$$

¹³ Si H es proporcional a FCF_0 (lo cual es una hipótesis bastante razonable), entonces FCF y FCF_0 tienen el mismo riesgo: K_u .

Luego, $K_I > K_e$ cuando $H < g D$, y $K_I < K_e$ cuando $H > g D$.

En los anexos 1 a 4, la diferencia entre el BAT y el FCF es debida únicamente al aumento de las necesidades operativas de fondos: $H = g \text{ NOF}$.

La tabla 6 muestra cómo afecta la estructura de la empresa a K_e y K_I . Las cuatro primeras líneas muestran una estructura de activo igual al anexo 1 (1000 millones de activo fijo neto y 1000 millones de necesidades operativas de fondos). Las líneas 1 y 2 tienen una deuda de 500 millones: el aumento de la deuda en el año 1 (25 millones) es inferior al aumento de necesidades operativas de fondos (50 millones). En estos casos $K_e > K_I$. Las líneas 3 y 4 tienen una deuda de 1.500 millones: el aumento de la deuda en el año 1 (75 millones) es superior al aumento de necesidades operativas de fondos (50 millones). En estos casos $K_e < K_I$. Las cuatro últimas líneas muestran una estructura de activo distinta: 1300 millones de activo fijo neto y 700 millones de necesidades operativas de fondos.

Un examen de la tabla 6 permite concluir también que:

- K_I depende del endeudamiento y del coste de la deuda, pero no de la estructura del activo (de cómo el activo neto total se reparte entre activos fijos y necesidades operativas de fondos).
- K_e depende del endeudamiento, del coste de la deuda y de la estructura del activo.

Tabla 6
Variación de K_e y de K_I cuando cambia el endeudamiento, las necesidades operativas de fondos, el activo fijo neto (AFN) y el coste de la deuda
Variaciones sobre la empresa del anexo 1

línea	AFN	D	NOF	E	Kd	K_e	K_I
1	1.000	500	1.000	3.950	15%	20,4114%	20,3947%
2	1.000	500	1.000	3.950	13%	20,5759%	20,5526%
3	1.000	1.500	1.000	3.417	15%	21,4268%	21,5000%
4	1.000	1.500	1.000	3.417	13%	21,9976%	22,1000%
5	1.300	500	700	4.050	15%	20,4012%	20,3947%
6	1.300	500	700	4.050	13%	20,5617%	20,5526%
7	1.300	1.500	700	3.517	15%	21,3863%	21,5000%
8	1.300	1.500	700	3.417	13%	21,9408%	22,1000%

Si $\Delta D > g \text{ NOF} \Rightarrow K_e < K_I$

Si $\Delta D < g \text{ NOF} \Rightarrow K_e > K_I$

Denominamos EST_U al valor de los impuestos en la empresa sin deuda (participación del estado en la empresa) y EST_L (o simplemente EST) al valor de los impuestos en la empresa apalancada. EST_0 es el valor de los impuestos en la empresa apalancada en $t=0$.

Imp_U son los impuestos del año 1 en la empresa sin deuda; Imp_L son los impuestos del año 1 en la empresa apalancada.

Para la empresa sin apalancar:

$$\frac{FCF_0}{K_u - g} = \frac{FCF}{K_u - g} + \frac{Imp_U}{K_{I_U} - g}$$

Como $FCF_0 = FCF + Imp_U$

resulta:

$$K_{I_U} = K_u$$

$$BAT_U = \frac{FCF + H}{1 - T}$$

$$Imp_U = [FCF + H] \frac{T}{1 - T}$$

$$Imp_L = [FCF + H] \frac{T}{1 - T} - D K_d T$$

$$EST_0 = \frac{Imp_L}{K_I - g}$$

$$\text{Imp}_U = \text{Imp}_L + D Kd T$$

El VAN del ahorro de impuestos por los intereses de la deuda lo podemos expresar como la diferencia entre el valor de los impuestos que pagaría la empresa sin apalancar y apalancada.

$$\frac{\text{Imp}_L + D Kd T}{K_u - g} - \text{EST} = \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$\frac{\text{EST} (K_I - g) + D Kd T}{K_u - g} - \text{EST} = \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$\text{EST} (K_I - g - K_u + g) + D Kd T = D T K_u$$

$$K_I - K_u = \frac{D T (K_u - Kd)}{\text{EST}_0}$$

Otro modo de obtener esta relación. Sabemos que:

$\text{Imp}_U = \text{Imp}_L + D T Kd$; dividiendo por $K_u - g$:

$$\frac{\text{Imp}_U}{K_u - g} = \frac{\text{Imp}_L}{K_u - g} + \frac{D T Kd}{K_u - g}$$

$$\text{EST}_U = \frac{\text{EST}_L (K_I - g)}{K_u - g} + \frac{D T Kd}{K_u - g}$$

$$\text{EST}_U (K_u - g) = \text{EST}_L (K_I - g) + D T Kd$$

$$\text{EST}_U = \text{EST}_L + \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$\text{EST}_U (K_u - g) = \left[\text{EST}_L + \frac{D T K_u}{K_u - g} \right] (K_I - g) + D T Kd$$

$$K_I - g = \frac{\text{EST}_U (K_u - g) - D T Kd}{\text{EST}_L + \frac{D T K_u}{K_u - g}} = \frac{\text{EST}_U (K_u - g) - D T Kd}{\text{EST}_U (K_u - g) - D T Kd} (K_u - g)$$

Como

$$\text{EST}_U = \text{EST}_L + \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$K_I - g = \frac{\text{EST}_L (K_u - g) + D T (K_u - Kd)}{\text{EST}_L (K_u - g)} (K_u - g)$$

$$K_I - g = (K_u - g) + \frac{D T (K_u - Kd)}{\text{EST}_L}$$

3.5. La fórmula típica de creación de valor.

La rentabilidad contable sobre recursos propios (ROE) se define como el beneficio después de impuestos (BDT) dividido por los recursos propios a valor contable (RP):

$$\text{ROE} = \frac{\text{BDT}_1}{\text{RP}_0}$$

Sabemos también que el valor de los recursos propios (C) es

$$C_0 = \frac{\text{CFacc}_1}{(K_e - g)}$$

La relación entre BDT_1 y CFacc_1 es (para una empresa como la del Anexo 1 bis en que todo crece a una tasa g):

$$BDT_1 = CFacc_1 + g NOF_0 + g AFN_0 - g D_0 = CFacc_1 + g RP_0$$

Sustituyendo esta última expresión obtenemos:

$$C_0 = \frac{BDT_1 - g RP_0}{Ke - g} = \frac{ROE RP_0 - g RP_0}{Ke - g} = RP_0 \frac{ROE - g}{Ke - g}$$

Luego¹⁴

$$\frac{C_0}{RP_0} = \frac{ROE - g}{Ke - g}$$

En el Anexo 1 bis, el valor de las acciones se obtiene:

$$\frac{CFacc_1}{Ke - g} = \frac{558'75}{(0'2045 - 0'05)} = 3.617$$

El PER y el ROE son:

$$PER = \frac{3.617}{633'75} = 5'71 \qquad ROE = \frac{633'75}{1.500} = 0'4225$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$\frac{C}{RP_0} = \frac{3.617}{1.500} = 2'41 = \frac{42'25\% - 5\%}{20'45\% - 5\%}$$

Por otro lado:

$$PER = \frac{C}{BDT} = \frac{C}{RP_0 ROE} = \frac{1}{ROE} \frac{C}{RP}$$

En nuestro ejemplo del Anexo 1 bis:

$$PER = \frac{1}{0'4225} \times 2'41 = 5'71$$

Una fórmula alternativa del PER es:

$$PER = \frac{1}{Ke - g + \frac{g RP_0}{C}} = \frac{1}{Ke - g \frac{ROE - Ke}{ROE - g}}$$

La siguiente tabla muestra el efecto del crecimiento sobre el PER. Nótese que si $Ke < ROE$, el PER aumenta con el crecimiento; si $Ke > ROE$, el PER disminuye con el crecimiento.

RELACION ENTRE PER, K_e y g ($ROE = 15\%$)		$PER = (ROE - g) / (K_e - g) / ROE$				
Tasa de descuento (K_e)	<i>Crecimiento anual del cash-flow (g)</i>					
	0 %	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %
12%	8,33	8,67	9,17	10,00	11,67	16,67
13%	7,69	7,88	8,15	8,57	9,33	11,11
14%	7,14	7,22	7,33	7,50	7,78	8,33
15%	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67
16%	6,25	6,19	6,11	6,00	5,83	5,56
17%	5,88	5,78	5,64	5,45	5,19	4,76
18%	5,56	5,42	5,24	5,00	4,67	4,17
19%	5,26	5,10	4,89	4,62	4,24	3,70
20%	5,00	4,81	4,58	4,29	3,89	3,33
21%	4,76	4,56	4,31	4,00	3,59	3,03
22%	4,55	4,33	4,07	3,75	3,33	2,78
23%	4,35	4,13	3,86	3,53	3,11	2,56
24%	4,17	3,94	3,67	3,33	2,92	2,38
25%	4,00	3,77	3,49	3,16	2,75	2,22

¹⁴ Ver que esta fórmula es válida sólo para perpetuidades con crecimiento constante de todos los parámetros: (FCF; RP; D; AFN; NOF...). Esta fórmula indica que en una empresa $C > RP$ si $ROE > Ke$. Nótese que esto es aplicable únicamente para el futuro. Utilizar esta fórmula para analizar resultados históricos puede producir confusiones y errores muy importantes.

4. CASO GENERAL

4.1 Relaciones que se obtienen a partir de las fórmulas

A continuación, vamos a deducir algunas relaciones importantes emparejando las fórmulas [1], [2] y [3], y basándonos en el hecho de que los resultados que proporcionan han de ser iguales.

Antes de emparejarlas realizamos una resta para obtener [1*], [2*] y [3*] y operar más fácilmente.

$$[1] \quad D_0 + C_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCF_t}{\prod_1^t (1 + WACC_t)} \quad D_1 + C_1 = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{FCF_t}{\prod_2^t (1 + WACC_t)}$$

$$[1'] \quad \frac{D_1 + C_1}{1 + WACC_1} = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{FCF_t}{\prod_1^t (1 + WACC_t)}$$

$$[1''] = [1] - [1'] \quad D_0 + C_0 - \frac{D_1 + C_1}{1 + WACC_1} = \frac{FCF_1}{1 + WACC_1}$$

$$[2] \quad C_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CFacc_t}{\prod_1^t (1 + Ke_t)} \quad C_1 = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{CFacc_t}{\prod_2^t (1 + Ke_t)}$$

$$[2'] \quad \frac{C_1}{1 + Ke_1} = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{CFacc_t}{\prod_1^t (1 + Ke_t)}$$

$$[2''] = [2] - [2'] \quad C_0 - \frac{C_1}{1 + Ke_1} = \frac{CFacc_1}{1 + Ke_1}$$

$$[3] \quad D_0 + C_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCF_t + D_{t-1} Ku_t T}{\prod_1^t (1 + Ku_t)} \quad D_1 + C_1 = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{FCF_t + D_{t-1} Ku_t T}{\prod_2^t (1 + Ku_t)}$$

$$[3'] \quad \frac{D_1 + C_1}{1 + Ku_1} = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{FCF_t + D_{t-1} Ku_t T}{\prod_1^t (1 + Ku_t)}$$

$$[3''] = [3] - [3'] \quad D_0 + C_0 - \frac{D_1 + C_1}{1 + Ku_1} = \frac{FCF_1 + D_0 Ku_1 T}{1 + Ku_1}$$

$$[1''] \text{ se transforma en: } D_1 + C_1 = (D_0 + C_0) (1 + WACC_1) - FCF_1 \quad [1*]$$

$$[2''] \text{ se transforma en: } C_1 = C_0 (1 + Ke_1) - CFacc_1 \quad [2*]$$

$$[3''] \text{ se transforma en: } D_1 + C_1 = (D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - FCF_1 - D_0 Ku_1 T \quad [3*]$$

$$CFacc_1 = FCF_1 + D_1 - D_0 - D_0 Kd_1 (1 - T) \quad [4*]$$

También conviene tener en cuenta las siguientes relaciones:

$$CFacc_t = FCF_t + \Delta D_t - I_t (1 - T) \quad \Delta D_t = D_t - D_{t-1} \quad I_t = D_{t-1} Kd_t$$

$$D_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t-1} Kd_t - (D_t - D_{t-1})}{\prod_1^t (1 + Kd_t)}$$

Ahora, vamos a deducir algunas relaciones importantes emparejando las fórmulas [1*], [2*] y [3*], y basándonos en el hecho de que los resultados que proporcionan han de ser iguales.

A partir de [1*] y [2*]. Sustituyendo [4*] en [2*]:

$$C_1 = C_0 (1 + Ke_1) - FCF_1 - D_1 + D_0 + D_0 Kd_1 (1 - T)$$

$$[2^{**}] \quad FCF_1 = C_0 (1 + Ke_1) - C_1 - D_1 + D_0 + D_0 Kd_1 (1 - T)$$

$$\text{De [1*]: } FCF_1 = (D_0 + C_0) (1 + WACC_1) - D_1 - C_1$$

Igualando estas dos fórmulas:

$$C_0 (1 + Ke_1) + D_0 + D_0 Kd_1 (1 - T) = (D_0 + C_0) (1 + WACC_1)$$

$$C_0 Ke_1 + D_0 Kd_1 (1 - T) = (D_0 + C_0) WACC_1$$

$$WACC_1 = \frac{C_0 Ke_1 + D_0 Kd_1 (1 - T)}{C_0 + D_0}$$

que es equivalente a [8]

A partir de [2*] y [3*].

$$[2^{**}] \quad FCF_1 = C_0 (1 + Ke_1) - C_1 - D_1 + D_0 + D_0 Kd_1 (1 - T)$$

$$\text{de [3*]: } FCF_1 = (D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - C_1 - D_1 - D_0 Ku_1 T$$

Igualando estas dos fórmulas resulta:

$$C_0 (1 + Ke_1) + D_0 + D_0 Kd_1 (1 - T) = (D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - D_0 Ku_1 T$$

$$C_0 Ke_1 + D_0 Kd_1 (1 - T) = (D_0 + C_0) Ku_1 - D_0 Ku_1 T$$

$$C_0 Ke_1 + D_0 Kd_1 (1 - T) = [C_0 + D_0 (1 - T)] Ku_1$$

$$Ku_1 = \frac{C_0 Ke_1 + D_0 Kd_1 (1 - T)}{C_0 + D_0 (1 - T)}$$

que es equivalente a [9]

A partir de [1*] y [3*]. Igualando [1*] y [3*] resulta: $[C_0 + D_0 (1 - T)] Ku_1 = (D_0 + C_0) WACC_1$

$$WACC_1 = \frac{C_0 + D_0 (1 - T)}{C_0 + D_0} Ku_1$$

que es equivalente a [11].

4.2. Un ejemplo de valoración de empresas

El Anexo 5 muestra la valoración por los tres métodos realizada para una empresa que crece (pero no de modo uniforme) hasta el año 9. A partir del año 10 se ha previsto un crecimiento constante del 5%. Las figuras 12, 13 y 14 muestran la evolución de algunas de las magnitudes más importantes de esta empresa.

Para este caso general también se comprueba que las tres fórmulas de valoración ([1], [2] y [3]) proporcionan el mismo valor de los recursos propios: en $t = 0$ resulta 506 millones de pesetas (ver líneas 53, 56 y 61).

También se puede comprobar que:

1) el valor actual neto del ahorro de impuestos por pago de intereses es 626,72 millones (línea 51).

2) sería erróneo calcular el valor actual neto del ahorro de impuestos descontando a la tasa de la deuda (15%) ya que resultarían 622 millones.

3) sería erróneo calcular la participación del estado en la empresa (valor actual de los impuestos) descontando los impuestos a la tasa Ke : así resultaría un valor de 510,17 millones (ver línea 64) cuando el valor real es 610,76 millones (ver línea 63).

Figura 12. Evolución de la deuda de la empresa del anexo 5

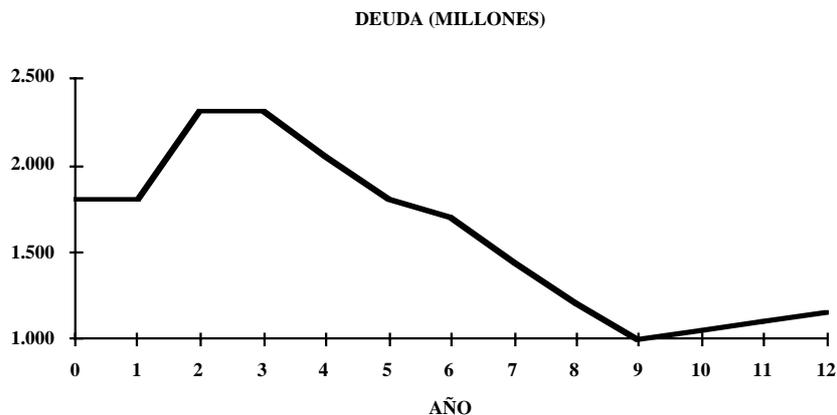


Figura 13. Evolución del valor contable y del valor de mercado de la empresa del anexo 5

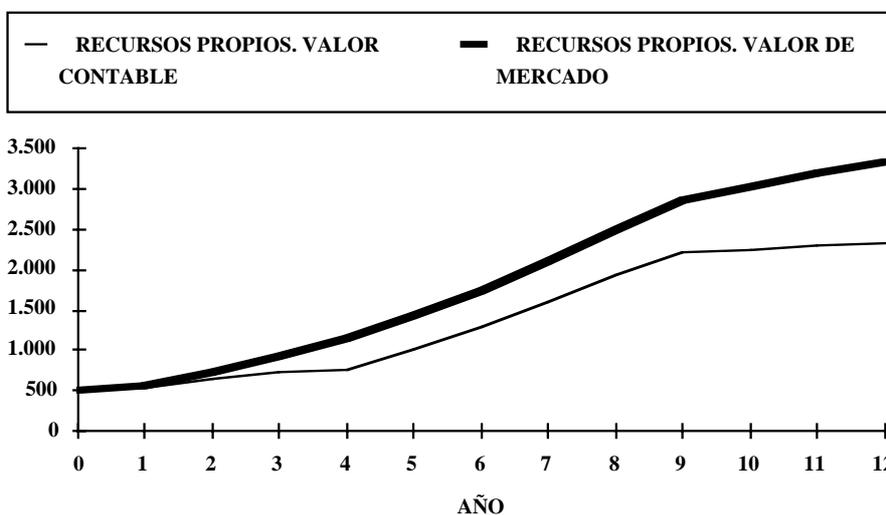


Figura 14. Evolución del beneficio, del cash flow disponible para las acciones y del free cash flow de la empresa del anexo 5

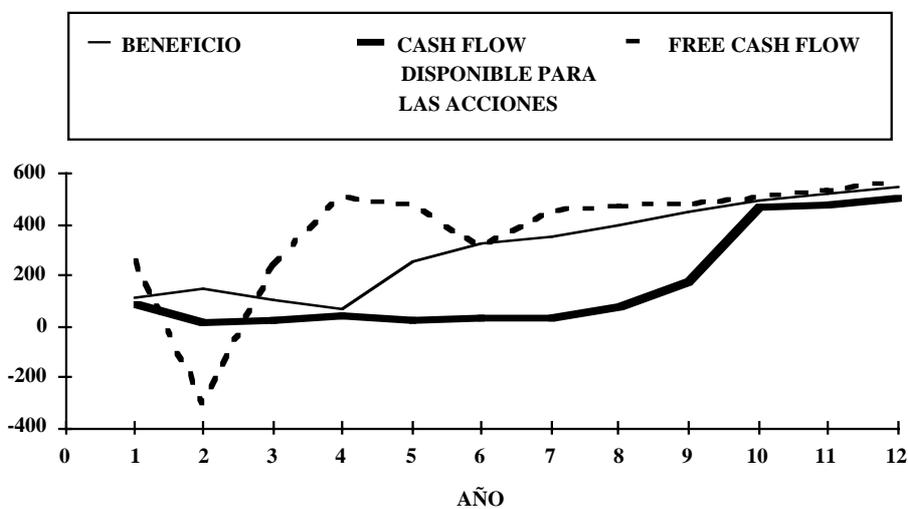


Figura 15. Distintas maneras de repartir el valor global (en $t = 0$) de la empresa del anexo 5 (2.917 Millones) entre el Estado (cuando hay impuestos), la deuda y los recursos propios

VALOR en $t = 0$ (Millones de pesetas)

SIN IMPUESTOS		CON IMPUESTOS = 35%	
Sin Deuda	Con Deuda	Sin Deuda	Con Deuda
$V_{U; T=0}$	D = 1.800	Estado (Impuestos) 1.237*	D = 1.800
2.917	$E_{T=0}$ 1.117	$V_U = E_U$ 1.680	Estado (Impuestos) 611
			E 506

* 1.237 = 610,76 (línea 63) + 626,72 (línea 51)

A continuación se explican las líneas del anexo 5.

Las líneas 1 a 11 muestran las previsiones del balance para la empresa durante los próximos 12 años.

La línea 12 muestra las necesidades operativas de fondos previstas.

Las líneas 14 a 22 muestran las cuentas de resultados previstas.

Las líneas 23 a 27 muestran el cálculo del Cash-Flow disponible para las acciones en cada año.

La línea 28 muestra el Free-Cash-Flow de cada año.

Las líneas 29 y 30 muestran los crecimientos del Cash-Flow disponible para las acciones y del Free-Cash-Flow.

La línea 37 muestra la beta para la empresa sin apalancar (que coincide con la beta de los activos netos), que se ha supuesto igual a 1.

La línea 38 muestra la tasa sin riesgo, que se ha supuesto 12%.

La línea 39 muestra la prima de mercado, que se ha supuesto 8%.

Con estos resultados se calcula la línea 40, resultando $K_u = 20\%$.

La línea 41 muestra el valor de la empresa sin apalancar (V_u) descontando los Free-Cash-Flows futuros a la tasa K_u en $t = 0$ (ahora), resultando $V_u = 1.679,65$.

Las líneas 43 y 44 muestran cuál sería el Free-Cash-Flow de la empresa si no hubiese impuestos y cuál sería V_u en ausencia de impuestos. Si no hubiese impuestos, en $t = 0$ $V_u = 2.917,13$

La línea 49 muestra el coste de la deuda que se ha supuesto 15%.

La línea 50 muestra la beta de la deuda correspondiente a su coste que resulta 0,375.

La línea 51 muestra el valor actual neto del ahorro de impuestos debido al pago de intereses, que en $t = 0$ resulta ser 626,72.

La línea 52 es la aplicación de la fórmula [3]. En $t = 0$ resulta $D + C = 1.679,65 + 626,72 = 2.306,37$.

La línea 53 resulta de restar el valor de la deuda a la línea 52. En $t = 0$, el valor de las acciones es 506 millones.

La línea 54 muestra la beta de los recursos propios, utilizando la fórmula [10].

La línea 55 muestra el coste de los recursos propios correspondientes a la beta de la línea anterior.

La línea 56 es el resultado de utilizar la fórmula [2]. También se obtiene que el valor de los recursos propios en $t = 0$ es 506 millones.

La línea 57 muestra la evolución del valor de los recursos propios según la fórmula $E_t = E_{t-1} * (1 + K_e) - CF_{acc,t}$. Esta línea se calcula basándose únicamente en el valor de los recursos propios en $t = 0$ (506). Nótese que la línea 57 coincide con la línea 56.

La línea 59 muestra el coste ponderado de los recursos propios y la deuda (WACC), según la fórmula [8].

La línea 60 muestra el valor actual del Free-Cash-Flow descontado al WACC.

La línea 61 muestra el valor de los recursos propios según la fórmula [1], que también resulta ser (en $t=0$) 506 millones

La línea 64 muestra un modo incorrecto de calcular el valor actual neto de los impuestos: descontándolos a la tasa K_e . En $t = 0$ resulta 510,17, cuando su valor correcto es 610,76.

La tabla 7 muestra un análisis de sensibilidad del valor de las acciones para cambios en algunos parámetros.

Tabla 7. Análisis de la sensibilidad del valor de las acciones en T = 0

Valor de las acciones en el anexo 5	506 millones
Tasa de impuestos = 30% (en lugar de 35%)	594
Tasa sin riesgo (R _F) = 11% (en lugar de 12%)	653
Prima de riesgo (P _M) = 7% (en lugar de 8%)	653
β _u = 0,9 (en lugar de 1,0)	622
Crecimiento residual (a partir del año 9) = 6% (en lugar de 5%)	546

Es interesante comprobar qué sucede si los niveles de deuda se prevén de modo que el cash flow disponible para las acciones sea cero. La siguiente tabla muestra esos niveles de deuda y la disminución progresiva del valor de las acciones.

	ANTES	AHORA	VALOR
	Anexo 5	Para C _{Fact} = 0	de las acciones
D ₁	1.800	1.713	502
D ₂	2.300	2.185	497
D ₃	2.300	2.153	493
D ₄	2.050	1.850	487
D ₅	1.800	1.555	481
D ₆	1.700	1.396	475
D ₇	1.450	1.085	469
D ₈	1.200	721	463
D ₉	1.000	303*	400

(*) Cambia también la deuda de los siguientes años que aumenta un 5% cada año.

4.3. Determinación de la tasa k_{VAN} a la que se debe descontar el ahorro de impuestos real para un caso general **

VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses =
$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t-1} K_u T}{\prod_{t=1}^t (1 + K_u)}$$

Para calcular la tasa equivalente (K_{VAN_t}) a que descontar los ahorros de impuestos reales:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t-1} K_u T}{\prod_{t=1}^t (1 + K_u)} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t-1} K_d T}{\prod_{t=1}^t (1 + K_{VAN_t})}$$

Si hacemos la equivalencia para cada término del sumatorio:

$$\frac{K_u}{\prod_{t=1}^t (1 + K_u)} = \frac{K_d}{\prod_{t=1}^t (1 + K_{VAN_t})}$$

también en t = 1

$$\frac{K_u}{1 + K_u} = \frac{K_d}{1 + K_{VAN_1}}$$

luego:

[20]
$$1 + K_{VAN_1} = (1 + K_u) \frac{K_d}{K_u}$$

y en t = 2:

$$\frac{Ku_2}{(1 + Ku_1)(1 + Ku_2)} = \frac{Kd_2}{(1 + K_{VAN_1})(1 + K_{VAN_2})}$$

$$[21] \quad (1 + K_{VAN_2}) = \frac{(1 + Ku_1)(1 + Ku_2) Kd_2}{(1 + K_{VAN_1}) Ku_2} = (1 + Ku_2) \frac{Ku_1 Kd_2}{Kd_1 Ku_2}$$

Si $Ku_1 = Ku_2$ y $Kd_1 = Kd_2 \Rightarrow K_{VAN_2} = Ku_2$

En $t = 3$

$$\frac{Ku_3}{(1 + Ku_1)(1 + Ku_2)(1 + Ku_3)} = \frac{Kd_3}{(1 + K_{VAN_1})(1 + K_{VAN_2})(1 + K_{VAN_3})}$$

luego,

$$(1 + K_{VAN_3}) = \frac{(1 + Ku_1)(1 + Ku_2)(1 + Ku_3) Kd_3}{(1 + K_{VAN_1})(1 + K_{VAN_2}) Ku_3} = \frac{Ku_1 Kd_1 Ku_2}{Kd_1 Ku_1 Kd_2} (1 + Ku_3) \frac{Kd_3}{Ku_3}$$

$$[22] \quad (1 + K_{VAN_3}) = (1 + Ku_3) \frac{Ku_2 Kd_3}{Kd_2 Ku_3}$$

y en $t = 4$

$$\frac{Ku_4}{(1 + Ku_1)(1 + Ku_2)(1 + Ku_3)(1 + Ku_4)} = \frac{Kd_4}{(1 + K_{VAN_1})(1 + K_{VAN_2})(1 + K_{VAN_3})(1 + K_{VAN_4})}$$

$$(1 + K_{VAN_4}) = \frac{(1 + Ku_1)(1 + Ku_2)(1 + Ku_3) Kd_4}{(1 + K_{VAN_1})(1 + K_{VAN_2})(1 + K_{VAN_3}) Ku_4} (1 + Ku_4) =$$

$$= \frac{Ku_1 Kd_1 Ku_2 Kd_2 Ku_3 Kd_3}{Kd_1 Ku_1 Kd_2 Ku_2 Kd_3 Ku_3} (1 + Ku_4)$$

$$(1 + K_{VAN_4}) = (1 + Ku_4) \frac{Ku_3 Kd_4}{Kd_3 Ku_4}$$

En general:

$$1 + K_{VAN_t} = (1 + Ku_t) \frac{Ku_{t-1} Kd_t}{Ku_t Kd_{t-1}}$$

Es importante recalcar de nuevo que K_{VAN} no es una tasa de descuento propiamente dicha: las tasas reales son la tasa a la que descontamos los impuestos en la empresa apalancada (k_{LU}) y la tasa a la que descontamos los impuestos en la empresa sin apalancar (k_{LU}).

4.4. Determinación de la tasa a la que se debe descontar el flujo de impuestos **

FCF_{0_1} es el free cash flow de la empresa sin impuestos en el año 1.

Haciendo un desarrollo similar al de la sección 3.4.

$$EST_1 + D_1 + C_1 = (EST_0 + D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - FCF_{0_1}$$

$$D_1 + C_1 = (D_0 + C_0) (1 + WACC_1) - FCF_1 \quad [1*]$$

$$C_1 = C_0 (1 + Ke_1) - CFacc_1 \quad [2*]$$

$$D_1 + C_1 = (D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - FCF_1 - D_0 Ku_1 T \quad [3*]$$

$$CFacc_1 = FCF_1 + D_1 - D_0 - D_0 Kd_1 (1 - T) \quad [4*]$$

$$FCF_{0_1} = \frac{FCF_1}{1 - T} + \frac{T H_1}{1 - T}$$

$$EST_1 = EST_0 (1 + K_{I_1}) - Impuestos_1 \quad [24]$$

Sustituyendo en [24]

$$(EST_0 + D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - FCF_0 - D_1 - C_1 =$$

$$= EST_0 (1 + Ku_1) - T \left(\frac{FCF_1}{1-T} + \frac{H_1}{1-T} - D_0 Kd_1 \right)$$

$$(EST_0 + D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - \frac{FCF_1}{1-T} - \frac{T H_1}{1-T} - D_1 - C_1 = EST_0 (1 + Ku_1) - \frac{T FCF_1}{1-T} - \frac{T H_1}{1-T} + T D_0 Kd_1$$

$$EST_0 (Ku_1 - K_{u1}) = -FCF_1 - (D_1 + C_1) + (D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - T D_0 Kd_1$$

$$\text{Por [3*]: } -FCF_1 - (D_1 + C_1) + (D_0 + C_0) (1 + Ku_1) = D_0 Ku_1 T$$

Luego:

$$EST_0 [Ku_1 - K_{u1}] = T D_0 (K_{u1} - Kd_1)$$

Por consiguiente:

$$K_{I_1} = Ku_1 + \frac{T D_0 (K_{u1} - Kd_1)}{EST_0}$$

K_I es -lógicamente- siempre superior a K_u .

5. FORMULAS CUANDO EL VALOR NOMINAL DE LA DEUDA (N) NO COINCIDE CON SU VALOR DE MERCADO (D)

5.1. PERPETUIDADES

N es el valor nominal de la deuda (el dinero que la empresa ha tomado prestado), r el tipo de interés y Nr los intereses anuales.

K_d es el coste de la deuda: rentabilidad "razonable" que deben (o deberían) exigir los bonistas o el banco, de acuerdo al riesgo de la empresa y a la magnitud de la deuda.

Hasta ahora hemos supuesto que $r = K_d$, pero en caso de que no lo sean, entonces el valor de la deuda (D) no coincidirá con el nominal (N).

$$[1p] \quad C = \frac{FCF}{WACC} - D ; \quad D = \frac{Nr}{Kd}$$

$$Nr = DKd$$

$$[2p] \quad C = \frac{CFacc}{Ke}$$

$$[3p] \quad C = \frac{FCF}{Ku} + DT - D$$

$$[4p] \quad CFacc = FCF - Nr (1 - T) = FCF - D Kd (1 - T)$$

Todas las relaciones calculadas anteriormente, son válidas para perpetuidades aunque $r \neq Kd$ (cuando $r = Kd$; $D = N$)

5.2. EMPRESAS CON CRECIMIENTO CONSTANTE

$$[1c] \quad C = \frac{FCF}{WACC - g} - D$$

$$[2c] \quad C = \frac{CFacc}{Ke - g} \quad D = \frac{r N - g N}{Kd - g} = N \frac{r - g}{Kd - g}$$

$D Kd - Nr = g (D - N)$ si la deuda crece anualmente $\Delta N_1 = g N_0$. Si la deuda crece anualmente $\Delta N_1 = g D_0$, entonces $r N = Kd D$

$$[3c] \quad C = \frac{FCF_1}{Ku - g} + VAN - D$$

$$\begin{aligned}
 [4c] \quad C_{\text{Facc}} &= FCF - Nr(1 - T) + gN = FCF - N[r(1 - T) - g] \\
 &= FCF - N[r - g] + NrT = FCF - D(Kd - g) + NrT = C_{\text{Facc}} \\
 &\text{si } r \neq Kd \text{ no es igual al caso general.}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo [4c] y [2c] en [1c]:

$$C + D = \frac{C_{\text{Facc}} + D(Kd - g) - NrT}{WACC - g} = \frac{C(Ke - g) + D(Kd - g) - NrT}{WACC - g}$$

$$WACC = [C(Ke - g) + D(Kd - g) - NrT] \left(\frac{1}{WACC - g} - \frac{1}{Ku - g} \right)$$

$$WACC - g = \frac{C(Ke - g) + D(Kd - g) - NrT}{C + D}$$

$$WACC = \frac{C Ke + D Kd - Nr T}{C + D}$$

Esta fórmula coincide con la [8] cuando $N = D$.

$$[1c] = [3c] \quad (C + D - VAN)(Ku - g) = (C + D)(WACC - g)$$

$$[1] \quad VAN(Ku - g) = (C + D)(Ku - WACC)$$

$$[2c] = [3c] \quad C + D - VAN = \frac{C_{\text{Facc}} + D(Kd - g) - NrT}{Ku - g}$$

$$C + D - VAN = \frac{C(Ke - g) + D(Kd - g) - NrT}{Ku - g}$$

$$VAN = \frac{(C + D)(Ku - g) - C(Ke - g) - D(Kd - g) + NrT}{Ku - g}$$

$$VAN = \frac{C(Ku - Ke) + D(Ku - Kd) + NrT}{Ku - g}$$

$$(Ku - g)VAN = C(Ku - Ke) + D(Ku - Kd) + NrT = C Ku + D Ku - WACC(C + D)$$

$$WACC = \frac{C Ke + D Kd - Nr T}{C + D}$$

Luego, se observa que si $r > Kd$ ($D > N$), el WACC debe aumentarse en la cantidad:

$$\frac{(D Kd - Nr) T}{C + D} = \frac{g T (D - N)}{C + D}$$

$$[1] \quad VAN(Ku - g) = (C + D) \left[Ku - \frac{C Ke + D Kd - Nr T}{C + D} \right]$$

$$\text{Si} \quad Ku = \frac{C Ke + D Kd (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

$$C Ke + D Kd = [C + D(1 - T)] Ku + D Kd T$$

$$VAN(Ku - g) = (C + D) \left[\frac{C Ku + D Ku - C Ku - D Ku + D T Ku - D T Kd + Nr T}{C + D} \right]$$

$$VAN = \frac{D T Ku + T [Nr - D Kd]}{Ku - g}$$

$$\begin{aligned}
 D Kd - D g &= Nr - N g \\
 Nr - D Kd &= g(N - D)
 \end{aligned}$$

$$VAN = \frac{D T Ku - T g (D - N)}{Ku - g} = \frac{D T (Ku - g) + T g N}{Ku - g}$$

$$VAN = D T + \frac{T g N}{Ku - g}$$

$$D T + \frac{T g N}{Ku - g} = \frac{N r T}{K_{VAN} - g} = \frac{D T (Ku - g) + T g N}{Ku - g}$$

$$K_{VAN} - g = (Ku - g) \frac{N r}{D (Ku - g) + g N}$$

$$N = D \frac{Kd - g}{r - g} ; \quad Nr = D \frac{Kd - g}{r - g} r = [D \frac{Kd - g}{r - g} \frac{r}{Kd}] Kd$$

$$\Delta N = g N = D \frac{Kd - g}{r - g} g \quad \text{sí es un flujo}$$

$$\Delta D = g D \quad \text{no es un flujo}$$

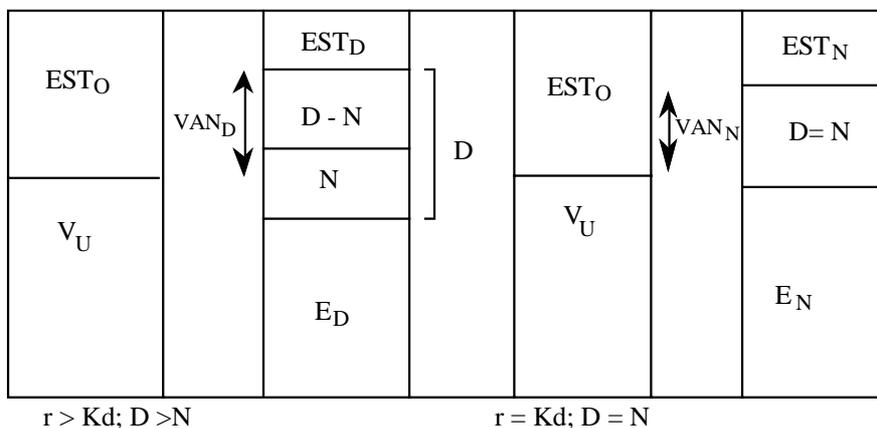
$$\Delta D - \Delta N = g D [1 - \frac{Kd - g}{r - g}] = g D [\frac{r - Kd}{r - g}]$$

En general:

$$D = N + (D - N) ; \quad D - N = N [\frac{r - g - Kd + g}{Kd - g}] = N \frac{r - Kd}{Kd - g}$$

$$D = N + N \frac{r - Kd}{Kd - g}$$

$$VAN = \frac{D T Ku}{Ku - g} - \frac{T g (D - N)}{Ku - g}$$



$$E_D + D + EST_D = E_N + N + EST_N ;$$

$$VAN_D - VAN_N = EST_N - EST_D ;$$

$$VAN_D - VAN_N = E_D + D - (E_N + N) \Rightarrow E_D - E_N = VAN_D - VAN_N - (D - N)$$

$$VAN_D - VAN_N = \frac{D T Ku}{Ku - g} - \frac{T g (D - N)}{Ku - g} - \frac{N T Ku}{Ku - g} = \frac{T}{Ku - g} [(D - N) Ku - g (D - N)] =$$

$$= \frac{T(D - N)(K_u - g)}{K_u - g} = T(D - N)$$

$$E_N - E_D = (D - N) - T(D - N) = E_N - E_D = (D - N)(1 - T)$$

5.2.1 Casos particulares

a) Si queremos $D = 2N \Rightarrow 2(K_d - g) = r - g$; $r = 2K_d - g$ entonces:

$$VAN = DT + \frac{TgD}{2(K_u - g)} = \frac{2DTKu - 2DTg + TDg}{2(K_u - g)}$$

$$VAN = \frac{DTKu}{K_u - g} - \frac{DTg}{2(K_u - g)}$$

b) Si hacemos $r = 2K_d$: $D + N \frac{2K_d - g}{K_d - g} = N[1 + \frac{K_d}{K_d - g}] > 2N$

$$VAN = \frac{DTKu - TgN \frac{K_d}{K_d - g}}{K_u - g} = \frac{DTKu - Tg \frac{D(K_d - g)}{(2K_d - g)} \frac{K_d}{K_d - g}}{K_u - g} =$$

$$DT \frac{Ku - \frac{gK_d}{2K_d - g}}{K_u - g}$$

5.3. Caso general

$$D_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{N_{t-1} r_t - (N_t - N_{t-1})}{\prod_1^t (1 + Kd_t)}$$

$$D_1 = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{N_{t-1} r_t - (N_t - N_{t-1})}{\prod_2^t (1 + Kd_t)}; \frac{D_1}{1 + Kd_1} = \sum_{t=2}^{\infty} \frac{N_{t-1} r_t - (N_t - N_{t-1})}{\prod_1^t (1 + Kd_t)}$$

$$D_0 - \frac{D_1}{1 + Kd_1} = \frac{N_0 r_1 - (N_1 - N_0)}{1 + Kd_1}$$

$$D_1 = D_0 (1 + Kd_1) - N_0 (1 + r_1) + N_1$$

$$D_1 - D_0 = N_1 - N_0 + D_0 Kd_1 - N_0 r_1$$

5.4. Impacto en la valoración

Los anexos 6, 7 y 8 muestran el impacto en la valoración del anexo 5 de suponer que D no es igual a N. Para calcular el valor de la deuda (D) se utiliza la fórmula [15] en los anexos 6 y 7, y una fórmula alternativa en el anexo 8. El anexo 7 es idéntico al 6 excepto en el coste de la deuda: un 17% en lugar de un 15%.

Las diferencias más significativas de estos anexos con el anexo 5 se aprecian en la siguiente tabla:

(millones de pesetas)	Anexo 5	Anexo 6	Anexo 7	Anexo 8
N (valor nominal de la deuda)	1.800	1.800	1.800	1.800
r	15%	15%	17%	15%
Valor de la deuda D	1.800	1.705	1.882	1.637
Valor de las acciones C	506	568	453	612
Valor de la participación del estado	611	644	582	618
TOTAL	2.917	2.917	2.917	2.917

6. IMPACTO DE LA UTILIZACION DE LAS FORMULAS SIMPLIFICADAS:

$$\beta_{L}^{*} = \beta_{U} [D + C^{*}] / C^{*} \quad \text{y} \quad \beta'_{L} = \beta_{U} [D (1 - T) + C'] / C'$$

Si se utiliza estas fórmulas simplificadas, la beta apalancada (β_{L}^{*}) será mayor que la que se obtenía utilizando la fórmula completa [11]:

$$\beta_{L} = \beta_{U} + D (1 - T) [\beta_{U} - \beta_{d}] / C$$

Además, el valor de los recursos propios (C^{*} o C') será inferior al que obteníamos antes (C) porque la rentabilidad exigida a los recursos propios ahora (Ke^{*} o Ke') es superior a la utilizada antes (Ke). Lógicamente el coste ponderado de deuda y recursos propios ahora ($WACC'$) es superior al utilizado antes ($WACC$).

Con estas simplificaciones, ya no se cumple la proposición de Modigliani y Miller: en la fórmula [3], hemos de añadir un término K_B que representa los costes de quiebra y/o una disminución del FCF cuando aumenta el endeudamiento.

PERPETUIDADES

Las fórmulas [1p], [2p] y [3p] se transforman en:

$$[1p^{*}] \quad C^{*} = \frac{FCF}{WACC^{*}} - D; \quad D = \frac{I}{Kd}$$

$$[2p^{*}] \quad C^{*} = \frac{CFacc}{Ke^{*}}$$

$$[3p^{*}] \quad C^{*} = \frac{FCF}{K_u} - D (1 - T) - K_B \quad \text{Siendo } K_B = C - C^{*}$$

$$[4p^{*}] \quad CFacc = FCF - D Kd (1 - T)$$

Operando con las fórmulas, se obtienen las siguientes relaciones.

$$[1p^{*}] = [2p^{*}] \quad WACC^{*} = \frac{C^{*} Ke^{*} + D Kd (1 - T)}{C^{*} + D}$$

$$[1p^{*}] = [3p^{*}] \quad WACC^{*} = \frac{K_u [C^{*} + D (1 - T) + K_B]}{C^{*} + D}$$

$$[2p^{*}] = [3p^{*}] \quad K_B = \left[\frac{1}{K_u} \right] [C^{*} (Ke^{*} - K_u) - D (1 - T) (K_u - Kd)]$$

Con un poco de álgebra se puede demostrar que:

$$C - C^{*} = \frac{D}{K_u} [T (K_u - R_F) + (1 - T) (Kd - R_F)]$$

$$WACC^{*} - WACC = \frac{D (C - C^{*}) Kd (1 - T)}{(C^{*} + D) (C + D)}$$

$$Ke^{*} - Ke = \frac{D}{C^{*}} \beta_U P_M - \frac{D (1 - T)}{C} (\beta_U - \beta_d) P_M$$

Si se utiliza la fórmula:

$$\beta'_{L} = \frac{\beta_U [D (1 - T) + C']}{C'}$$

resulta:

$$C - C' = \frac{D [Kd - R_F] (1 - T)}{K_u - g} = \frac{D P_M \beta_d (1 - T)}{K_u - g}$$

Con crecimiento constante g y
$$\beta_L^* = \frac{\beta_U (D + C^*)}{C^*}$$

resulta:

$$C - C^* = \frac{D}{K_u - g} [T (K_u - R_F) + (1 - T) (K_d - R_F)] = \frac{D P_M}{K_u - g} [T \beta_U + (1 - T) \beta_d]$$

Las diferentes expresiones del valor de los recursos propios que se obtienen por la utilización de la fórmula completa (C), o las fórmulas reducidas (C' , C^*) para una empresa cuyo FCF crece uniformemente a la tasa anual g son¹⁵:

$$C = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D K_u T}{K_u - g} = \frac{CFacc}{K_u - g} - D \frac{(K_u - K_d) (1 - T)}{K_u - g}$$

$$C' = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [K_u T - (1 - T) (K_d - R_F)]}{K_u - g} = \frac{CFacc}{K_u - g} - D \frac{(K_u - R_F) (1 - T)}{K_u - g}$$

$$C^* = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [R_F - K_d (1 - T)]}{K_u - g} = \frac{CFacc}{K_u - g} - D \frac{K_u - R_F}{K_u - g}$$

Además de observar las expresiones precedentes, el mejor modo de apreciar el impacto de estas fórmulas es a través de ejemplos. Las figuras 16 y 17 corresponden a una perpetuidad sin crecimiento. Como $FCF = 100$ y $K_u = 20\%$, resulta $V_u = 500$. Para el cálculo de C' y C^* , hemos supuesto que la rentabilidad exigida a la deuda ($K_d = K_d' = K_d^*$) cumple la siguiente expresión:

$$K_d = K_d' = K_d^* = R_F + \frac{D (1 - T)}{C + D (1 - T)} (K_u - R_F) \Rightarrow \beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \frac{D (1 - T)}{C + D (1 - T)} \beta_u$$

Para el caso de una empresa sin crecimiento, $C + D (1 - T) = V_u$; por consiguiente

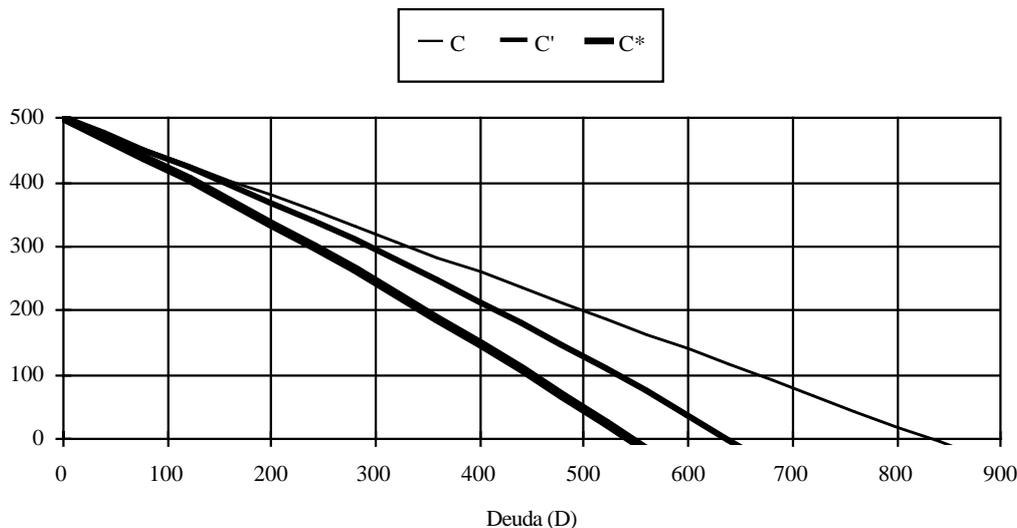
$$\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \frac{D (1 - T)}{V_u}$$

C es independiente de K_d .

La figura 16 muestra cómo $C > C' > C^*$ y que las diferencias aumentan con el endeudamiento. La figura 17 muestra lo que habitualmente se denomina “creación de valor”.

Las figuras 18, 19, 20, 21 y 22 muestran las diferencias en la valoración para la misma empresa con un crecimiento anual del FCF del 5%. En este caso $V_u = 666,7$.

Figura 16. Diferentes fórmulas de valoración
 $FCF_1 = 100$; $T = 40\%$; $K_u = 20\%$; $R_f = 12\%$; $g = 0$.
 $\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \times D (1-T) / V_u$



¹⁵ Nótese que en todos los casos estamos considerando la misma deuda (D) y el mismo coste (K_d).

Figura 17. Diferentes fórmulas de valoración. $FCF_1 = 100$; $T = 40\%$; $K_u = 20\%$; $R_f = 12\%$; $g = 0$.
 $\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \times D(1-T) / V_u$

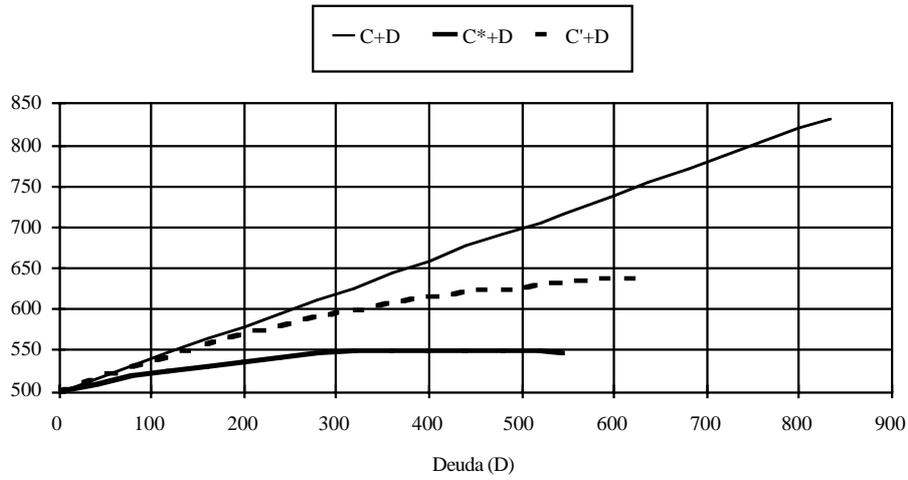


Figura 18. Diferentes fórmulas de valoración. $FCF_1 = 100$; $T = 40\%$; $K_u = 20\%$; $R_f = 12\%$; $g = 5\%$.
 $\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \times D(1-T) / [D(1-T) + C]$

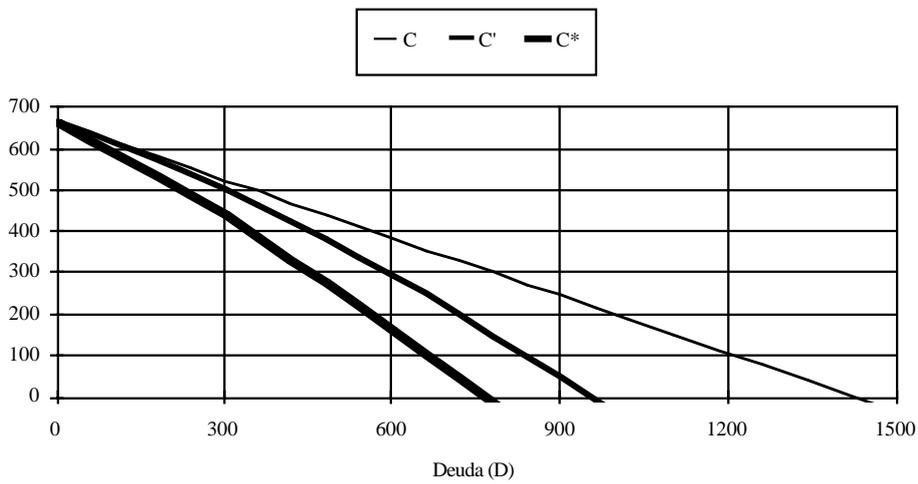


Figura 19. Diferentes fórmulas de valoración de las acciones
Infravaloración al utilizar las fórmulas alternativas
 $FCF_1 = 100$; $T = 40\%$; $K_u = 20\%$; $R_f = 12\%$; $g = 5\%$.
 $\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \times D(1-T) / [D(1-T) + C]$

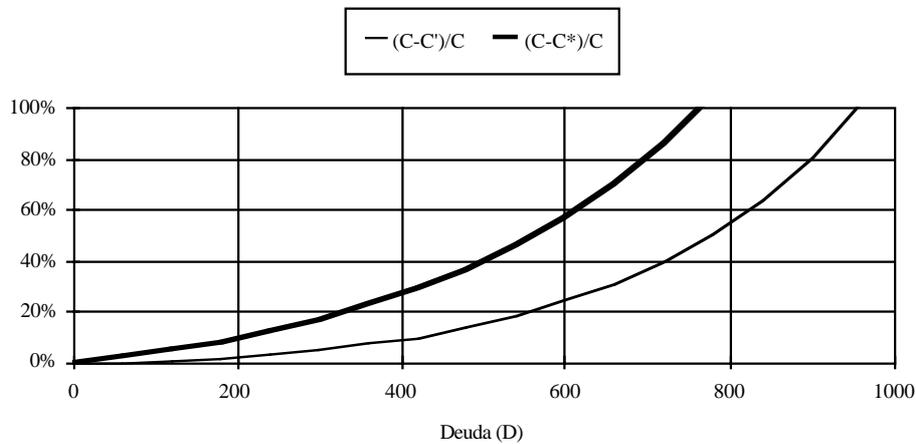


Figura 20. Diferentes fórmulas de valoración
 $FCF_1 = 100; T = 40\%; K_u = 20\%; R_f = 12\%; g = 5\%$.
 $\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \times D(1-T) / [D(1-T) + C]$

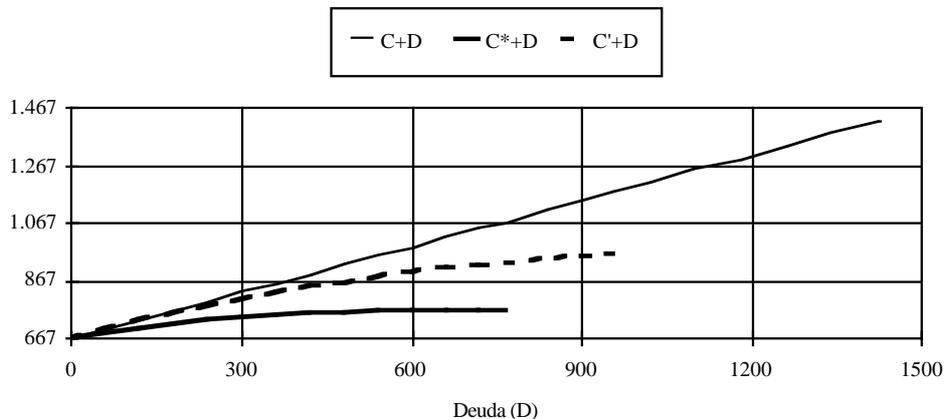


Figura 21. Diferentes fórmulas de valoración
 $FCF_1 = 100; T = 40\%; K_u = 20\%; R_f = 12\%; g = 5\%$.
 $\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \times D(1-T) / [D(1-T) + C]$

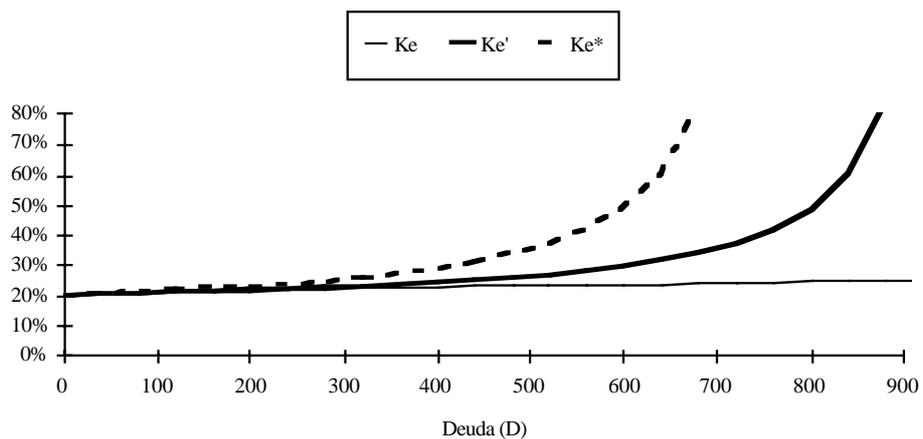
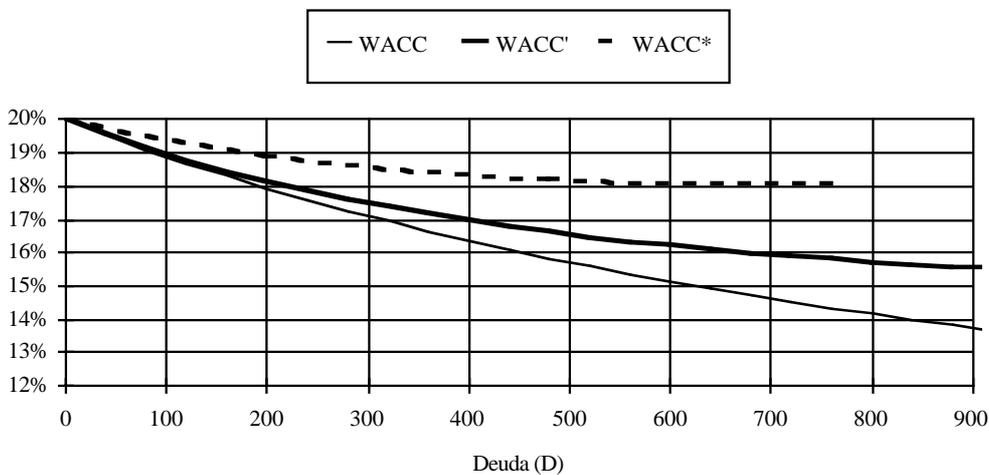


Figura 22. Diferentes fórmulas de valoración
 $FCF_1 = 100; T = 40\%; K_u = 20\%; R_f = 12\%; g = 5\%$.
 $\beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \beta_u \times D(1-T) / [D(1-T) + C]$



6.1. “Creación de valor” con el apalancamiento para perpetuidades

Con la fórmula completa, la “creación del valor” es DT y aumenta siempre con el apalancamiento, como permite apreciar la figura 17. Recordemos que por “creación de valor” se entiende la diferencia $(D + C) - V_U$.

Con la fórmula reducida,

$$\beta'_L = \beta_U \frac{C' + D(1 - T)}{C'}$$

la “creación de valor” es

$$\frac{D [K_u T - (1 - T) (K_d - R_F)]}{K_u}$$

Si consideramos que

$$\beta'_d = \beta_U \frac{D(1 - T)}{C' + D(1 - T)}$$

la “creación de valor” se transforma en

$$\frac{D}{K_u} \left(K_u T - \frac{(1 - T) D \beta_U P_M}{C' + D(1 - T)} \right)$$

Es inmediato comprobar que la “creación de valor” alcanza un máximo en

$$D'_{MAX} = \frac{V_U K_u T}{2(1 - T)^2 \beta_U P_M}$$

En el máximo, la “creación de valor” resulta ser:

$$(D + C')_{MAX} - V_U = \frac{D'_{MAX} T}{2}$$

Análogamente, si utilizamos la expresión

$$\beta^*_L = \beta_U \frac{C^* + D}{C^*}$$

y la misma expresión para $\beta^*_d = \beta'_d$, el máximo de la creación de valor resulta para una deuda

$$D^*_{MAX} = \frac{V_U R_F T}{2(1 - T)^2 \beta_U P_M}$$

y la máxima creación de valor es:

$$(D + C^*)_{MAX} - V_U = \frac{D^*_{MAX} T R_F}{2 K_u}$$

6.2. Las fórmulas simplificadas como una reducción del FCF debido al apalancamiento

Se pueden considerar las fórmulas simplificadas como una reducción del FCF esperado (debida a las tensiones y restricciones de la deuda) en vez de como un aumento en la rentabilidad esperada por el accionista. Con la fórmula [3], el FCF es independiente del apalancamiento (de la magnitud de D). Si utilizamos la fórmula:

$$\beta'_L = \beta_U \frac{C' + D(1 - T)}{C'}$$

podemos considerar que el valor C' proviene de descontar otro flujo menor (FCF') a la tasa de la fórmula completa:

$$C' = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [K_u T - (1 - T) (K_d - R_F)]}{K_u - g} = \frac{FCF'}{K_u - g} - D + \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

luego

$$(FCF - FCF') = D [(1 - T) (K_d - R_F)] = C_{Fac} - C'_{Fac}$$

Esto significa que cuando utilizamos la fórmula simplificada ($'$) estamos considerando que el Free Cash Flow de la empresa (y el cash-flow disponible para los accionistas) se reduce en la cantidad $D(1 - T)(K_d - R_F)$, esto es, en la parte del riesgo de la empresa que absorbe la deuda.

Análogamente, si utilizamos la fórmula:

$$\beta_L^* = \beta_U \frac{D + C^*}{C^*}$$

podemos considerar que el valor C* proviene de descontar otro flujo menor (FCF*) a la tasa de la fórmula completa:

$$C^* = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [R_F - K_d (1 - T)]}{K_u - g} = \frac{FCF^*}{K_u - g} - D + \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$(FCF - FCF^*) = D [T (K_u - R_F) + (1 - T) (K_d - R_F)] = CF_{acc} - CF_{acc}^*$$

Esto significa que cuando utilizamos la fórmula simplificada (*) estamos considerando que el Free Cash Flow de la empresa (y el cash-flow disponible para las acciones) se reduce en la cantidad D [T(Ku - RF) + (1 - T) (Kd - RF)], esto es, en la parte de riesgo que absorbe la deuda más DT (Ku - RF).

6.3. Las fórmulas simplificadas como un aumento del riesgo del negocio (Ku) debido al apalancamiento

Otro modo de ver el impacto de utilizar la fórmula reducida

$$\beta_L^\circ = \beta_U \frac{D(1 - T) + C^\circ}{C^\circ}$$

es suponer que lo que la fórmula propone es que el riesgo (β_U) aumenta con el apalancamiento.

Para calibrar este aumento, denominamos β_U° a la beta del negocio para cada nivel de apalancamiento. Utilizando la fórmula [11] con β_U° en lugar de β_U , resulta:

$$\beta_L^\circ = \beta_U^\circ \frac{D(1 - T) + C^\circ}{C^\circ} = \frac{\beta_U^\circ (C^\circ - D(1 - T)) - \beta_d D(1 - T)}{C^\circ}$$

Con un poco de álgebra se comprueba que:

$$\beta_U^\circ = \beta_U + \beta_d \frac{D(1 - T)}{C^\circ - D(1 - T)}$$

Análogamente, el impacto del utilizar la fórmula simplificada

$$\beta_L^* = \beta_U \frac{D + C^*}{C^*}$$

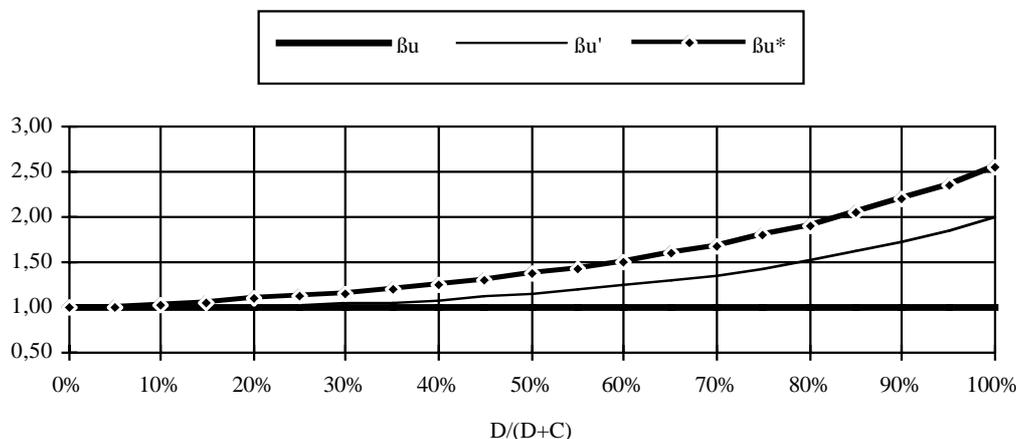
se puede calibrar suponiendo que la fórmula propone que el riesgo del negocio (que cuantificaremos como β_U^*) aumenta con el apalancamiento. Utilizando la fórmula [11] con β_U^* en lugar de β_U resulta:

$$\beta_L^* = \beta_U^* \frac{D + C^*}{C^*} = \frac{\beta_U^* [C^* - D(1 - T)] - \beta_d D(1 - T)}{C^*}$$

Con un poco de álgebra se comprueba que:

$$\beta_U^* = \beta_U \frac{D + C^*}{C^* - D(1 - T)} + \beta_d \frac{D(1 - T)}{C^* - D(1 - T)}$$

Diferencia entre β_U , β_U' y β_U^*



También se puede comprobar que:

$$K_U^{\circ} = K_U + (Kd - R_F) \frac{D(1-T)}{C^{\circ} + D(1-T)}$$

$$K_U^* = K_U + (Kd - R_F) \frac{D(1-T)}{C^* + D(1-T)} + (K_U - R_F) \frac{DT}{C^* + D(1-T)}$$

Si además suponemos que:

$$\beta_d = \frac{D(1-T)}{D(1-T) + C} \beta_U,$$

resulta:

$$\beta_U^{\circ} = \beta_U + \beta_U \left(\frac{D(1-T)}{C^{\circ} + D(1-T)} \right)^2 \quad \beta_U^* = \beta_U + \beta_U \left(\frac{D(1-T)}{C^* + D(1-T)} \right)^2 + \beta_U \frac{DT}{C^* + D(1-T)}$$

6.4. Impacto de utilizar las fórmulas simplificadas en un caso real

Empleamos las fórmulas simplificadas en la valoración del anexo 5.

Las diferencias más importantes aparecen en la siguiente tabla y en las figuras 23, 24, 25, 26 y 27.

El valor de las acciones resulta 506 millones con la fórmula completa, 332 millones con la fórmula reducida (*) y 81 millones con la fórmula reducida (*).

Tabla 8. Impacto de la utilización de las fórmulas simplificadas en la valoración de una empresa

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
CF _{acc} = Div.	87	19,5	20,75	38,25	25,13	35	31,65	78,65	171,02	463,42	486,59	510,92	
FCF		262,5	-305	245	512,5	475	310,5	447,4	470,02	488,02	510,92	536,47	563,29
N	1800	1800	2300	2300	2050	1800	1700	1450	1200	1000	1050	1102,5	1157,63
r	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%	15%
C	506	579	734	935	1158	1431	1741	2113	2504	2873	3016	3167	3326
C'	332	405	560	771	1006	1289	1605	1983	2376	2743	2880	3024	3175
C*	81	154	310	535	788	1084	1410	1796	2193	2556	2684	2818	2959
Beta C	2,44	2,26	2,27	2,00	1,72	1,51	1,40	1,28	1,19	1,14	1,14	1,14	1,14
Beta C'	4,53	3,89	3,67	2,94	2,32	1,91	1,69	1,48	1,33	1,24	1,24	1,24	1,24
Beta C*	23,20	12,66	8,43	5,30	3,60	2,66	2,21	1,81	1,55	1,39	1,39	1,39	1,39
Ke	31,55%	30,10%	30,18%	28,00%	25,75%	24,09%	23,17%	22,23%	21,56%	21,13%	21,13%	21,13%	21,13%
Ke'	48,21%	43,13%	41,37%	35,52%	30,60%	27,26%	25,51%	23,80%	22,63%	21,90%	21,90%	21,90%	21,90%
Ke*	197,57%	113,32%	79,42%	54,40%	40,82%	33,28%	29,65%	26,46%	24,38%	23,13%	23,13%	23,13%	23,13%
CFacc		87,0	19,5	20,8	38,3	25,1	35,0	31,6	78,6	171,0	463,4	486,6	510,9
CFacc'		51,9	-15,6	-24,1	-6,6	-14,9	-0,1	-1,5	50,4	147,6	443,9	466,1	489,4
CFacc*		1,5	-66,0	-88,5	-71,0	-72,3	-50,5	-49,1	9,8	114,0	415,9	436,7	458,6
Ku	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%
Ku'	22,34%	22,23%	22,18%	21,98%	21,71%	21,43%	21,22%	20,97%	20,74%	20,57%	20,57%	20,57%	20,57%
Ku*	26,83%	26,46%	26,05%	25,38%	24,59%	23,79%	23,21%	22,51%	21,92%	21,48%	21,48%	21,48%	21,48%
β _U	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
β _U '	1,29	1,28	1,27	1,25	1,21	1,18	1,15	1,12	1,09	1,07	1,07	1,07	1,07
β _U *	1,85	1,81	1,76	1,67	1,57	1,47	1,40	1,31	1,24	1,19	1,19	1,19	1,19

Nótese que:

$$506 - 332 = 174 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t-1} (1-T) (Kd_t - R_F)}{\prod_1^t (1 + Ke_t)}$$

$$506 - 81 = 425 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t-1} [T (Ku - R_F) + (1-T) (Kd - R_F)]}{\prod_1^t (1 - Ke_t)}$$

$$332 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CFacc'}{\prod_1^t (1 + Ke_t)} ; 81 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{CFacc^*}{\prod_1^t (1 + Ke_t)}$$

Figura 23. Impacto de la utilización de las fórmulas simplificadas en la valoración de una empresa

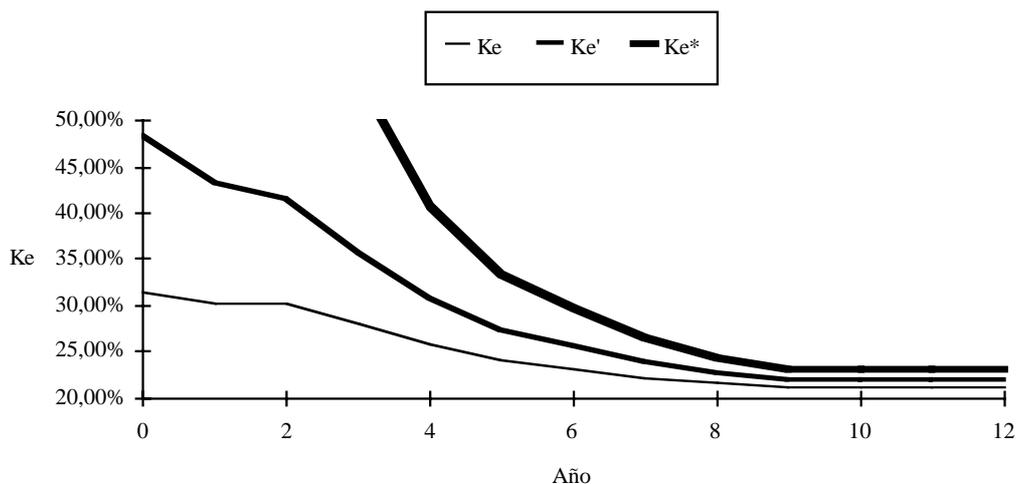


Figura 24. Impacto de la utilización de las fórmulas simplificadas en la valoración de una empresa

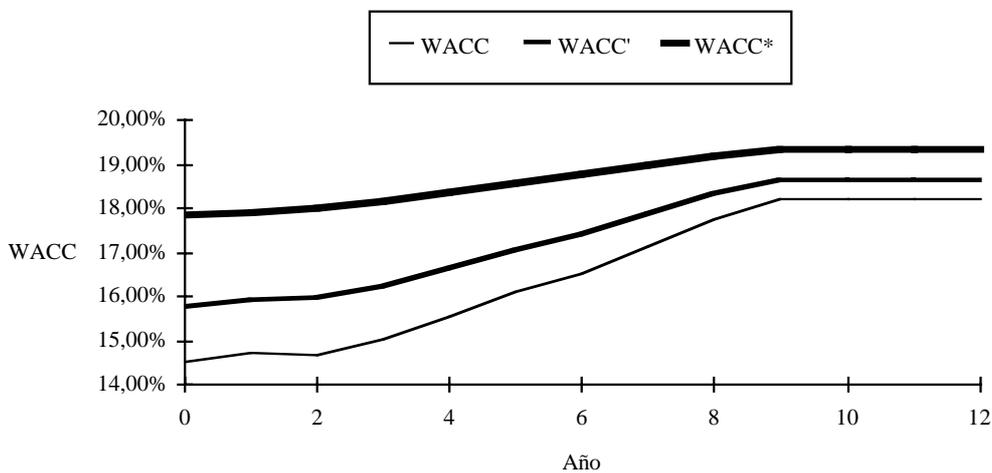


Figura 25. Impacto de la utilización de las fórmulas simplificadas en la valoración de una empresa

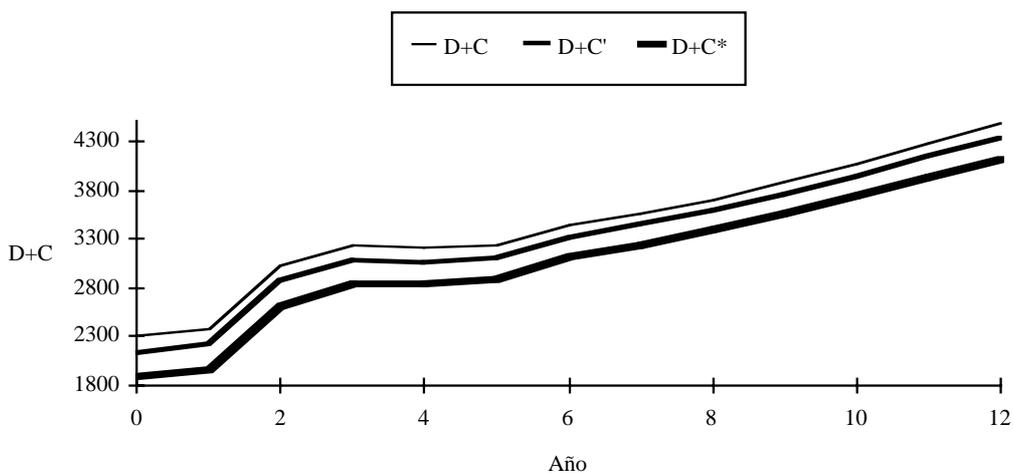


Figura 26. Impacto de la utilización de las fórmulas simplificadas en la valoración de una empresa

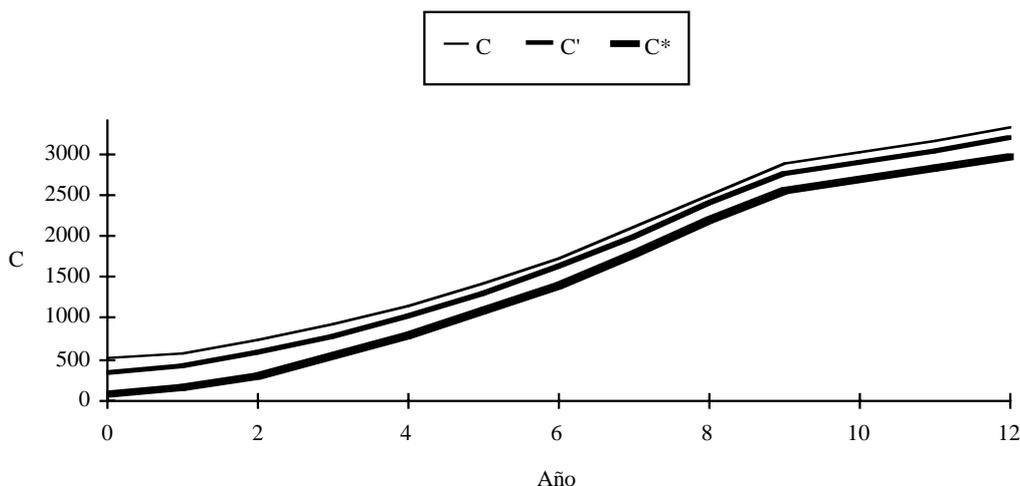
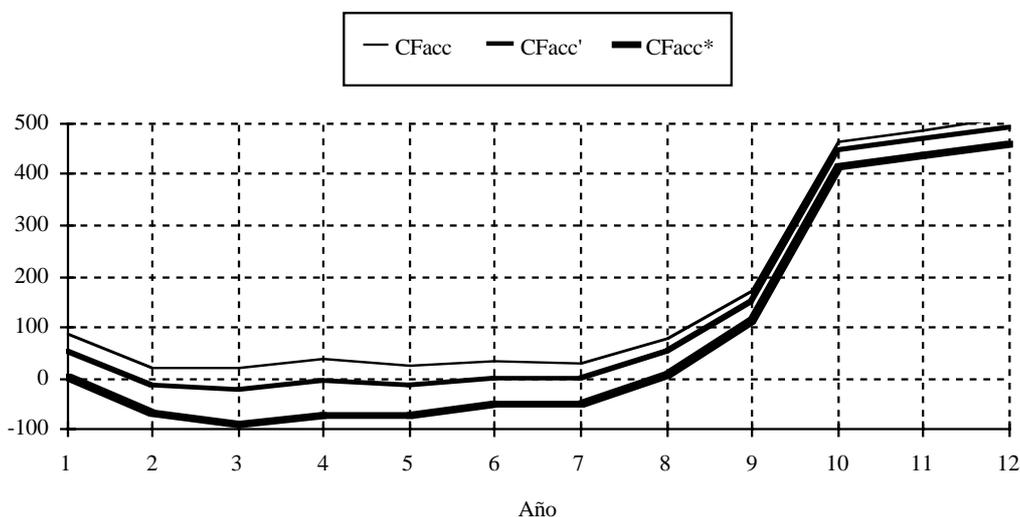


Figura 27. Impacto de la utilización de las fórmulas simplificadas en la valoración de una empresa



7. FLUJO TOTAL PARA DEUDA Y RECURSOS PROPIOS Y COSTE PONDERADO REAL DE LA DEUDA Y LOS RECURSOS PROPIOS.

Denominamos flujo total para deuda y recursos propios (CF_{DC}) a la suma del cash-flow disponible para los accionistas y del flujo que reciben los proveedores de la deuda.

Denominamos coste ponderado real de la deuda y los recursos propios (CP_{DC}) a:

$$CP_{DC} = \frac{C Ke + D Kd}{C + D}$$

a) PERPETUIDADES

$$CF_{DC} = CFacc + D Kd = FCF - D Kd (1 - T) + D Kd$$

$$CF_{DC} = FCF + D Kd T$$

Es inmediato comprobar que:

$$C + D = \frac{CF_{DC}}{CP_{DC}} = \frac{FCF}{WACC}$$

$$CP_{DC} = WACC + \frac{D Kd T}{C + D}$$

b) CRECIMIENTO CONSTANTE g

$$CF_{DC} = CF_{acc} + D Kd - D g = FCF - D Kd (1 - T) + D g + D Kd - D g$$

$$CF_{DC} = FCF + D Kd T$$

Es inmediato comprobar que:

$$C + D = \frac{CF_{DC}}{CP_{DC} - g} = \frac{FCF}{WACC - g}$$

$$CP_{DC} = WACC + \frac{D Kd T}{C + D}$$

También se puede comprobar que:

$$CP_{DC} = Ku - \frac{D T (Ku - Kd)}{C + D}$$

porque $(C + D) WACC = Ku [C + D (1 - T)]$

Otro modo de valorar la empresa es:

$$C + D = \frac{CF_{DC}}{Ku - g} + \frac{D T (Ku - Kd)}{Ku - g}$$

También se puede comprobar que

$$\beta_{DC} = \beta_U - \frac{DT(\beta_U - \beta_d)}{C + D}$$

$$\beta_{DC} = \frac{C\beta_L + D\beta_d}{C + D}$$

APENDICE 1
RESUMEN DE LAS FORMULAS MAS IMPORTANTES

A) PERPETUIDADES SIN CRECIMIENTO

$$[1p] \quad C = \frac{FCF}{WACC} - D \quad ; \quad D = \frac{I}{Kd}$$

$$[2p] \quad C = \frac{CFacc}{Ke}$$

$$[3p] \quad C = \frac{FCF}{Ku} + VAN \text{ (ahorro de impuestos)} - D \quad \quad \quad \mathbf{VAN = DT}$$

$$[4p] \quad CFacc = FCF - I (1 - T) = FCF - D Kd (1 - T)$$

$$[5] \quad Ku = R_F + \beta_U P_M$$

$$[6] \quad Ke = R_F + \beta_L P_M$$

$$[7] \quad Kd = R_F + \beta_d P_M$$

$$[8] \quad \mathbf{WACC = \frac{C Ke + D Kd (1 - T)}{C + D}}$$

$$[9] \quad \mathbf{Ku = \frac{C Ke + D Kd (1 - T)}{C + D (1 - T)} = \frac{C Ke + D Kd (1 - T)}{Vu}}$$

$$[10] \quad \beta_U = \frac{C \beta_L + D (1 - T) \beta_d}{C + D (1 - T)}$$

$$[11] \quad \beta_L = \frac{\beta_U [C + D (1 - T)] - \beta_d D (1 - T)}{C}$$

$$[12] \quad \mathbf{WACC = Ku \frac{C + D (1 - T)}{C + D} = Ku \left(1 - \frac{D T}{C + D} \right)}$$

$$[13] \quad C = \frac{CFacc}{Ku} - \frac{D (1 - T) (Ku - Kd)}{Ku}$$

$$[14] \quad \mathbf{K_I = Ke}$$

$$\mathbf{Si} \quad Kd = R_F + \frac{D (1 - T)}{D (1 - T) + C} (Ku - R_F) ; \text{ lo que implica } \beta_d = \frac{D (1 - T)}{D (1 - T) + C} \beta_U$$

$$Ke = Ku + \frac{D (1 - T)}{D (1 - T) + C} (Ku - R_F) ; \mathbf{Ke - Kd = Ku - R_F = \beta_U P_M}$$

B) EMPRESAS CON CRECIMIENTO CONSTANTE

[1c] $C = \frac{FCF_1}{WACC - g} - D$

[2c] $C = \frac{CFacc_1}{Ke - g}$

[3c] $C = \frac{FCF_1}{Ku - g} + VAN \text{ (ahorro de impuestos por pago de intereses)} - D$

[4c] $CFacc_1 = FCF_1 - D [Kd (1 - T) - g]$

[15] $VAN = (C + D) \frac{Ku - WACC}{Ku - g}$

<p>[16] $VAN \text{ del ahorro de impuestos por pago de intereses} = \frac{D T Ku}{Ku - g}$</p>

[17] $C = \frac{CFacc}{Ku - g} - \frac{D (Ku - Kd) (1 - T)}{Ku - g}$

[18] $D_0 = \frac{FCF}{Kd (1 - T) - g}$

$BAT_u = FCF_0 + H$ $FCF_0 = \frac{FCF}{1 - T} + \frac{TH}{1 - T}$

$Imp_1 = [FCF_0 + H_1 - Kd D_0] T$ $Imp_1 = \left[\frac{FCF}{1 - T} + \frac{HT}{1 - T} + H - Kd D \right] T$

[19] $K_I - g = \frac{C Ke - g(C + D) + H}{C Ku - g(C + D) + H} (Ku - g)$

$K_{IU} = Ku$

$\frac{C_0}{RP_0} = \frac{ROE - g}{Ke - g}$

$PER = \frac{1}{Ke - g + \frac{g RP_0}{C}} = \frac{1}{Ke - g \frac{ROE - Ke}{ROE - g}}$

C) CASO GENERAL

$$D_1 + C_1 = (D_0 + C_0) (1 + WACC_1) - FCF_1 \quad [1*]$$

$$C_1 = C_0 (1 + Ke_1) - CFacc_1 \quad [2*]$$

$$D_1 + C_1 = (D_0 + C_0) (1 + Ku_1) - FCF_1 - D_0 Ku_1 T \quad [3*]$$

$$CFacc_1 = FCF_1 + D_1 - D_0 - D_0 Kd_1 (1 - T) \quad [4*]$$

$$CFacc_t = FCF_t + \Delta D_t - I_t (1 - T)$$

$$\Delta D_t = D_t - D_{t-1}$$

$$I_t = D_{t-1} Kd_t$$

$$\text{VAN del ahorro de impuestos por pago de intereses} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{t-1} Ku_t T}{\prod_{t=1}^t (1 + Ku_t)}$$

$$EST_1 = EST_0 (1 + K_{I_1}) - \text{Impuestos}_1 \quad [24]$$

$$K_{I_1} = Ku_1 + \frac{T D_0 (Ku_1 - Kd_1)}{EST_0}$$

D) FLUJO TOTAL PARA DEUDA Y RECURSOS PROPIOS Y COSTE PONDERADO REAL DE LA DEUDA Y LOS RECURSOS PROPIOS.

$$CP_{DC} = \frac{C Ke + D Kd}{C + D}$$

a) PERPETUIDADES

$$CF_{DC} = CFacc + D Kd = FCF + D Kd T$$

$$C + D = \frac{CF_{DC}}{CP_{DC}} = \frac{FCF}{WACC} \quad CP_{DC} = WACC + \frac{D Kd T}{C + D}$$

b) CRECIMIENTO CONSTANTE g

$$CF_{DC} = CFacc + D Kd - D g = FCF + D Kd T$$

$$C + D = \frac{CF_{DC}}{CP_{DC} - g} = \frac{FCF}{WACC - g}$$

$$CP_{DC} = WACC + \frac{D Kd T}{C + D} \quad CP_{DC} = Ku - \frac{D T (Ku - Kd)}{C + D}$$

$$C + D = \frac{CF_{DC}}{Ku - g} + \frac{D T (Ku - Kd)}{Ku - g}$$

FORMULAS SIMPLIFICADAS PARA LA BETA:

$$\beta^*_L = \beta_U [D + C^*] / C^* \quad \text{y} \quad \beta'_L = \beta_U [D (1 - T) + C'] / C'$$

$$C^* = \frac{FCF}{WACC^*} - D; \quad D = \frac{I}{Kd} \quad C^* = \frac{CFacc}{Ke^*}$$

$$C^* = \frac{FCF}{Ku} - D (1 - T) - K_B \quad \text{Siendo } K_B = C - C^*$$

$$WACC^* = \frac{C^* Ke^* + D Kd (1 - T)}{C^* + D} \quad WACC^* = \frac{K_U [C^* + D (1 - T) + K_B]}{C^* + D}$$

$$C - C^* = \frac{D}{K_U} [T (K_U - R_F) + (1 - T) (K_d - R_F)]$$

$$WACC^* - WACC = \frac{D (C - C^*) K_d (1 - T)}{(C^* + D) (C + D)}$$

$$K_e^* - K_e = \frac{D}{C^*} \beta_U P_M - \frac{D (1 - T)}{C} (\beta_U - \beta_d) P_M$$

$$C - C^* = \frac{D [K_d - R_F] (1 - T)}{K_u - g} = \frac{D P_M \beta_d (1 - T)}{K_u - g}$$

$$C - C^* = \frac{D}{K_U - g} [T (K_U - R_F) + (1 - T) (K_d - R_F)] = \frac{D P_M}{K_u - g} [T \beta_U + (1 - T) \beta_d]$$

$$C = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D K_u T}{K_u - g} = \frac{CFacc}{K_u - g} - D \frac{(K_u - K_d) (1 - T)}{K_u - g}$$

$$C' = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [K_u T - (1 - T) (K_d - R_F)]}{K_u - g} = \frac{CFacc}{K_u - g} - D \frac{(K_u - R_F) (1 - T)}{K_u - g}$$

$$C^* = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [R_F - K_d (1 - T)]}{K_u - g} = \frac{CFacc}{K_u - g} - D \frac{K_u - R_F}{K_u - g}$$

$$K_d = K_d' = K_d^* = R_F + \frac{D (1 - T)}{C + D (1 - T)} (K_u - R_F) \Rightarrow \beta_d = \beta_d' = \beta_d^* = \frac{D (1 - T)}{C + D (1 - T)} \beta_u$$

$$C' = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [K_u T - (1 - T) (K_d - R_F)]}{K_u - g} = \frac{FCF'}{K_u - g} - D + \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$(FCF - FCF') = D [(1 - T) (K_d - R_F)] = CFacc - CFacc'$$

$$C^* = \frac{FCF}{K_u - g} - D + \frac{D [R_F - K_d (1 - T)]}{K_u - g} = \frac{FCF^*}{K_u - g} - D + \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$(FCF - FCF^*) = D [T (K_u - R_F) + (1 - T) (K_d - R_F)] = CFacc - CFacc^*$$

APENDICE 2
FORMULAS ALTERNATIVAS PARA CRECIMIENTO CONSTANTE “g”

El resultado más llamativo o menos intuitivo a los propuestos para empresas con crecimiento constante “g” es que:

$$\text{VAN de Ahorro de Impuestos por pago de Intereses} = \frac{DT K_u}{K_u - g}$$

Para llegar a este resultado se parte de un supuesto [12]:

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

En este apéndice se muestra cómo para una definición alternativa de K_u se llega al resultado más “tradicional” de que:

$$\text{VAN de Ahorro de Impuestos por pago de Intereses} = \frac{DT K_d}{K_d - g}$$

Posteriormente discutiremos cuál de los dos es más apropiado.

VALOR DE VAN de Ahorro de Impuestos por pago de Intereses

A partir de las fórmulas [1c], [2c], [3c] y [4c], llegamos a:

$$C + D - \text{VAN} = \frac{FCF}{K_u - g} = \frac{C F_{acc} + K_d D (1 - T) - D g}{K_u - g}$$

Haciendo uso de [2c]:

$$C + D - \text{VAN} = \frac{C (K_e - g) + D K_d (1 - T) - D g}{K_u - g}$$

Operando para despejar K_u :

$$K_u - g = \frac{C (K_e - g) + D K_d (1 - T) - D g}{C + D - \text{VAN}}$$

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - g \text{VAN}}{C + D - \text{VAN}}$$

Bajo el supuesto de que

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

podemos comprobar cómo

$$\text{VAN} = \frac{DT K_u}{K_u - g} \text{ (que es el resultado que se propone en esta nota)}$$

Sin embargo, si utilizamos la fórmula tradicional:

$$\text{VAN} = \frac{DT K_d}{K_d - g}$$

y la sustituimos en el valor de K_u anterior:

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - g \text{VAN}}{C + D - \text{VAN}} =$$

$$K_u = \frac{K_d [C K_e + D K_d (1 - T)] - g (C K_e + D K_d)}{K_d [C + D (1 - T)] - g (C + D)} =$$

$$= \frac{C K_e + D K_d \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}$$

Despejando resulta:

$$K_e = K_u + \frac{D}{C} \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right] (K_u - K_d)$$

En esta fórmula se comprueba que si $g = K_d (1 - T)$, entonces $K_e = K_u$, lo que no tiene ningún sentido.

POR CORREGIR

APENDICE 2 FORMULAS ALTERNATIVAS PARA CRECIMIENTO CONSTANTE “g”

El resultado más llamativo o menos intuitivo a los propuestos para empresas con crecimiento constante “g” es que:

$$\text{VAN de Ahorro de Impuestos por pago de Intereses} = \frac{DT Ku}{Ku - g}$$

Para llegar a este resultado se parte de un supuesto:

$$Ku = \frac{CKe + D Kd (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

En este apéndice se muestra cómo para una definición alternativa de Ku se llega al resultado más “tradicional” de que:

$$\text{VAN de Ahorro de Impuestos por pago de Intereses} = \frac{DT Kd}{Kd - g}$$

Posteriormente discutiremos cuál de los dos es más apropiado.

VALOR DE VAN de Ahorro de Impuestos por pago de Intereses

A partir de las fórmulas [1c], [2c], [3c] y [4c], de [3c] y [4c], llegamos a:

$$C + D - \text{VAN} = \frac{FCF}{Ku - g} = \frac{CFacc + Kd D (1 - T) - D g}{Ku - g}$$

Haciendo uso de [2c]:

$$C + D - \text{VAN} = \frac{C (Ke - g) + D Kd (1 - T) - D g}{Ku - g}$$

Operando para despejar Ku:

$$Ku - g = \frac{C (Ke - g) + D Kd (1 - T) - D g}{C + D - \text{VAN}}$$

$$Ku = \frac{C (Ke - g) + D Kd (1 - T) - D g + g (C + D) - g \text{VAN}}{C + D - \text{VAN}}$$

$$= \frac{C Ke + D Kd (1 - T) - g (C + D) + g (C + D) - g \text{VAN}}{C + D - \text{VAN}}$$

$$Ku = \frac{C Ke + D Kd (1 - T) - g \text{VAN}}{C + D - \text{VAN}} \quad (*)$$

Bajo el supuesto de que

$$Ku = \frac{C Ke + D Kd (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

podemos comprobar cómo

$$\text{VAN} = \frac{DT Ku}{Ku - g} \quad (\text{ver apéndice para la comprobación})$$

Sin embargo, supongamos que:

$$\text{VAN} = \frac{DT Kd}{Kd - g}$$

Veamos seguro (*) cuál es el valor de Ku:

$$Ku = \frac{C Ke + D Kd (1 - T) - g \text{VAN}}{C + D - \text{VAN}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{C K_e + K_d (1 - T) - g \frac{D T K_d}{K_d - g}}{C + D - \frac{D T K_d}{K_d - g}} = \frac{(K_d - g) [C K_e + D K_d (1 - T)] - g D T K_d}{(K_d - g) (C + D) - D T K_d} \\
 &= \frac{(K_d - g) [C K_e + D K_d (1 - T)] - K_d (d K_d T) + G D K_d T - g D K_d T}{(K_d - g) (C + D) - D T K_d} \\
 K_u &= \frac{K_d [C K_e + D K_d - D K_d T] - g (C K_e + D K_d)}{K_d (C + D - D T) - g (C + D)} \\
 \mathbf{K_u} &= \frac{\mathbf{K_d [C K_e + D K_d (1 - T)] - g (C K_e + D K_d)}}{\mathbf{K_d [C + D (1 - T)] - g (C + D)}}
 \end{aligned}$$

Se puede comprobar como este valor es coherente con las tres fórmulas:

$$C = \frac{FCF}{K_u - g} + VAN - D = \frac{FCF}{K_u - g} + \frac{D K_d T}{K_d - g} - D = \frac{CFacc + D K_d (1 - T) - D g}{K_u - g} + \frac{D K_d T}{K_d - g} - D$$

operando:

$$\begin{aligned}
 C + D - \frac{D K_d T}{K_d - g} &= \frac{C (K_e - g) + D K_d (1 - T) - D g}{K_u - g} \\
 K_u - g &= \frac{[C K_e + D K_d (1 - T) - g (C + D)] (K_d - g)}{(C + D) (K_d - g) - D K_d T} = \\
 &= \frac{\left[\frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D} - g \frac{C + D}{C + D} \right] (K_d - g) (C + D)}{(C + D) (K_d - g) - D K_d T} = \\
 &= \frac{(WACC - g) (K_d - g) (C + D)}{(K_d - g) (C + D) - D K_d T} \\
 K_u &= \frac{(K_d - g) (C + D) WACC - g D K_d T}{(K_d - g) (C + D) - D K_d T} = \frac{K_d [C K_e + D K_d (1 - T)] - g (C K_e + D K_d)}{K_d [C + D (1 - T)] - g (C + D)}
 \end{aligned}$$

O sencillamente según la fórmula [15] de la página 12:

$$VAN = (C + D) \frac{K_u - WACC}{K_u - g}$$

Aplicando esta definición de K_u que acabamos de deducir:

$$VAN = (C + D) \frac{(WACC - g) D K_d T}{(WACC - g) (K_d - g) (C + D)} \qquad VAN = \frac{D K_d T}{K_d - g}$$

En la nota, al aplicar la definición:

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

se obtiene efectivamente:

$$VAN = \frac{T D K_u}{K_u - g}$$

Podemos comprobar numericamente ambas propuestas aplicando el anexo 1:

$$C + D = \frac{FCF}{K_u - g} + VAN$$

- Para el caso de la nota se tiene:

$$3.950 + 500 = \frac{632,5}{0,2 - 0,05} + 233,3 \rightarrow K_u = 20\% \Rightarrow VAN = 233,3$$

- Para el caso que proponemos aquí:

$$3.950 + 500 = \frac{632,5}{0,201045 - 0,05} + 262,5 \rightarrow K_u = 20,1045\% \Rightarrow VAN =$$

En definitiva existen infinitos pares (K_u , VAN) que nos dan un mismo valor para la empresa por cualquiera de las tres fórmulas o métodos de valoración, siempre que se cumpla:

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - g \text{ VAN}}{C + D - \text{VAN}}$$

Sin embargo, desde el punto de vista teórico sólo debe haber un K_u y por lo tanto un VAN correcto. Veamos cuál debe ser.

El supuesto que tiene detrás el

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

es que:

$$\beta_U = \beta_L \frac{C}{C + D (1 - T)} + \beta_D \frac{D (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

dado que:

$$K_e = R_F + \beta_L P_M$$

$$K_d = R_F + \beta_D P_M$$

$$K_u = R_F + \beta_U P_M$$

Sin embargo, la K_u que aquí se presenta es:

$$\begin{aligned} K_u &= \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - g \text{ VAN}}{C + D - \text{VAN}} = \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - g \frac{D K_d T}{K_d - g}}{C + D - \frac{D K_d T}{K_d - g}} = \\ &= \frac{C K_e + D K_d \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]} \end{aligned}$$

Esta K_u surge de considerar:

$$\beta_U = \beta_L \frac{C}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]} + \beta_D \frac{D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}$$

Es fácil de comprobar:

$$K_u = R_F + \beta_U P_M$$

$$K_u = R_F + \left[\frac{K_e - R_F}{P_M} \right] \frac{C}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]} + \left[\frac{K_d - R_F}{P_M} \right] \frac{D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}$$

operando:

$$K_u = R_F - R_F \frac{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]} + \frac{C K_e}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]} + \frac{D K_d \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}$$

de donde:

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}$$

Veamos el significado de estas ponderaciones:

$$C + D \left[\frac{Kd (1 - T) - g}{Kd - g} \right]$$

El segundo término es:

$$D \left[\frac{Kd (1 - T) - g}{Kd - g} \right] = \frac{D Kd (1 - T) - g D}{Kd - g} = \frac{\text{Intereses } (1 - T) - \Delta D}{Kd - g}$$

Recordemos que la definición de la deuda es:

$$D = \frac{\text{Intereses} - \Delta D}{Kd - g}$$

Recordemos que en la nota se propone como ponderación en β_U :

$$C + D (1 - T)$$

y por lo tanto, el segundo término es:

$$D (1 - T) = \frac{\text{Intereses } (1 - T) - \Delta D (1 - T)}{Kd - g}$$

Por lo tanto, las diferencias entre las K_u y los VAN de la nota y aquí presentados está entre ΔD y $\Delta D (1 - T)$

De hecho estamos intentando definir correctamente β_U (o K_u) que es el riesgo de los rendimientos que obtenemos en el caso de que la empresa no tuviese deuda. En general, los flujos que generaría la empresa si no tuviese deuda son FCF. Este FCF lo podemos expresar como:

$$FCF = CF_{\text{acc}} + (FCF - CF_{\text{acc}})$$

siendo: CF_{acc} = flujo para las acciones con deuda

$(FCF - CF_{\text{acc}})$ = Flujo adicional que obtendrían las acciones si no tuviesemos deuda.

En el caso de que tengamos perpetuidad:

$$\frac{FCF}{K_u} = \frac{CF_{\text{acc}}}{K_e} + \frac{FCF - CF_{\text{acc}}}{K_d} \quad (**)$$

K_d : es la tasa apropiada ya que obtener este diferencial se debe a la deuda. (Inconsistente porque el riesgo de todos los impuestos es K_u y el de una parte sería $K_d < K_u$)

$$\frac{FCF}{K_u} = C + \frac{I (1 - T)}{K_d} = C + \frac{K_d D (1 - T)}{K_d} = C + D (1 - T)$$

Por lo tanto, las ponderaciones adecuadas para los flujos que genera el activo si no existe deuda son: C y $D (1 - T)$

$$\beta_U = \beta_L \frac{C}{C + D (1 - T)} + \beta_D \frac{D (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

y que:

$$K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)}$$

Pero este es el resultado en el caso de que sea una perpetuidad. Si aplicamos (**) al caso de crecimiento constante "g":

$$\frac{FCF}{K_u - g} = \frac{CF_{\text{acc}}}{K_e - g} + \frac{FCF - CF_{\text{acc}}}{K_d - g} = C + \frac{K_d D (1 - T) - D g}{K_d - g} = C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right] \neq C + D (1 - T)$$

Por ello, las ponderaciones son para β_U son:

$$C \text{ y } D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]$$

$$\beta_U = \beta_L \frac{C}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]} + \beta_L \frac{D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}{C + D \left[\frac{K_d (1 - T) - g}{K_d - g} \right]}$$

Recordemos la diferencia entre ambas propuestas:

$$\frac{\text{int} (1 - T) - \Delta D}{Kd - g} \text{ y } \frac{\text{int} (1 - T) - \Delta D (1 - T)}{Kd - g}$$

Podría parecer lógico que el activo sea el capital más el valor presente de los flujos de la deuda considerando los impuestos sobre los intereses, pero no considerándolos sobre la nueva deuda que se forma, ya que no se tributa por la deuda nueva que entra. Sólo si no se tomase nueva deuda el K_u y el VAN que se proponen en la nota serían correctos, pero cuando se crece a la tasa g y $\Delta D \neq 0$.

Apéndice:

$$\text{Si } K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{C + D (1 - T)} \text{ utilizando } K_u = \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - g \text{ VAN}}{C + D - \text{VAN}}$$

se tiene que:

$$\text{VAN} = \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

$$C + D - \text{VAN} = \frac{C K_e + D K_d (1 - T) - g \text{ VAN}}{K_u}$$

$$C + D - \frac{C K_e + D K_d (1 - T)}{K_u} = \text{VAN} - \frac{g}{K_u} \text{ VAN}$$

$$\frac{(C + D) K_u - C K_e + D K_d (1 - T)}{K_u} = \frac{\text{VAN}}{K_u} [K_u - g]$$

$$\frac{(C + D) K_u - C K_e + D K_d (1 - T)}{K_u - g} = \text{VAN}$$

$$\frac{(C + D) [C K_e + D K_d (1 - T)]}{C + D} - C K_e + D K_d (1 - T) \text{ } = \text{VAN}$$

$$\text{VAN} = \frac{C + D [C K_e + D K_d (1 - T)] - (C + D) [C K_e + D K_d (1 - T)] + D [C K_e + D K_d (1 - T)]}{C + D (1 - T) - g}$$

$$\text{VAN} = \frac{D T K_u}{K_u - g}$$

Fórmulas para valorar empresas

Anexo 1

D = 500; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 35,00%
 Δ Activos fijos netos = 0.

		0	1	2	3	4	g
1	Caja necesaria	100	105	110,25	115,76	121,55	5,00%
2	Cuentas a cobrar	900	945	992,25	1.041,86	1.093,96	5,00%
3	Stocks	240	252	264,60	277,83	291,72	5,00%
4	Activo fijo bruto	1200	1410	1.630,50	1.862,03	2.105,13	13,06%
5	- amort acumulada	200	410	630,50	862,03	1.105,13	28,20%
6	Activo fijo neto	1000	1000	1.000,00	1.000,00	1.000,00	0,00%
7	TOTAL ACTIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2,95%
8	Cuentas a pagar	240	252	264,60	277,83	291,72	5,00%
9	Deuda	500	525	551,25	578,81	607,75	5,00%
10	Capital (valor contable)	1500	1525	1.551,25	1.578,81	1.607,75	1,83%
11	TOTAL PASIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2,95%
12	NOF	1.000	1.050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	5,00%
13	Δ NOF		5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	
<i>Cuenta de resultados</i>							
14	Ventas	3000	3150	3.307,50	3.472,88	3.646,52	5,00%
15	Coste de ventas	1200	1260	1.323,00	1.389,15	1.458,61	5,00%
16	Gastos generales	600	630	661,50	694,58	729,30	5,00%
17	Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	5,00%
18	Margen	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	5,00%
19	Intereses	75	75	78,75	82,69	86,82	5,00%
20	BAT	925	975	1.023,75	1.074,94	1.128,68	5,00%
21	Impuestos (35%)	323,75	341,25	358,31	376,23	395,04	5,00%
22	BDT	601,25	633,75	665,44	698,71	733,64	5,00%
23	+ Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	5,00%
24	+ Δ Deuda		25	26,25	27,56	28,94	5,00%
25	- Δ NOF		-50	-52,50	-55,13	-57,88	5,00%
26	- Inversiones		-210	-220,50	-231,53	-243,10	5,00%
27	CF acciones = Dividendos		608,75	639,19	671,15	704,70	5,00%
28	FCF		632,5	664,13	697,33	732,20	5,00%
29	g CF acciones			5,00%	5,00%	5,00%	
30	g FCF			5,00%	5,00%	5,00%	
31	impuestos / FCF		53,95%	53,95%	53,95%	53,95%	
32	impuestos / CFacciones		56,06%	56,06%	56,06%	56,06%	
33	VM / VC acciones	2,63	2,72	2,81	2,90	2,99	3,11%
34	PER (bfo año siguiente)	6,23	6,23	6,23	6,23	6,23	0,00%
35	PER (bfo año presente)	6,57	6,54	6,54	6,54	6,54	0,00%
36	P/CFa (año próximo)	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	0,00%

Fórmulas para valorar empresas

Anexo 1 (continuación)

D = 500; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 35,00%
 Δ Activos fijos netos = 0.

		0	1	2	3	4	g
37	Beta U	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	
38	Rf	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	
39	Rm - Rf	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	
40	Ku	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	
41	Vu = FCF/(Ku - g)	4.216,67	4.427,50	4.648,87	4.881,32	5.125,38	
42	Crecimiento de Vu		5%	5%	5%	5%	
SIN IMPUESTOS							
43	FCF SIN IMPUESTOS		1.000,00	1.050,00	1.102,50	1.157,63	5,00%
44	Vu sin impuestos	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	
CON IMPUESTOS							
45	Impuestos u		367,50	385,88	405,17	425,43	5,00%
46	Estado u = IMPu/(Ku - g)	2.450,00	2.572,50	2.701,12	2.836,18	2.977,99	5,00%
47	Vu + Estado u	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	5,00%
48	D	500,00	525,00	551,25	578,81	607,75	5,00%
49	Kd	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	
50	Beta d	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	
51	DTKu/(Ku-g) = VAN ahorro imp.	233,33	245,00	257,25	270,11	283,62	5,00%
52	VAN ahorro inter. + Vu	4.450,00	4.672,50	4.906,12	5.151,43	5.409,00	5,00%
53	-D = E 1	3.950	4.148	4.355	4.573	4.801	5,00%
54	Beta L	1,051424	1,051424	1,051424	1,051424	1,051424	0,00%
55	Ke	20,41%	20,41%	20,41%	20,41%	20,41%	0,00%
56	E 2 = CF / (Ke - g)	3.950	4.148	4.355	4.573	4.801	5,00%
57	Estado = Estado u - VAN [51]	2.216,67	2.327,50	2.443,87	2.566,07	2.694,37	5,00%
58	E2 + D + Estado	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	5,00%
59	WACC	19,2135%	19,2135%	19,2135%	19,2135%	19,2135%	0,00%
60	D + E = FCF / (WACC-g)	4.450,00	4.672,50	4.906,13	5.151,43	5.409,00	5,00%
61	-D = E 3	3.950	4.148	4.355	4.573	4.801	5,00%
62	Crecimiento de E3		5%	5%	5%	5%	
Dos modos de calcular el valor actual de los impuestos:							
63	Estado = Estado u - VAN	2216,67	2327,50	2443,87	2566,07	2694,37	5,00%
64	Estado = IMP/(Ke - g)	2214,27	2324,98	2441,23	2563,30	2691,46	5,00%
Flujos de la deuda:							
65	Intereses		75	78,75	82,6875	86,821875	
66	Δ deuda		25	26,25	27,5625	28,940625	
67	Flujo total de la deuda:		50	52,5	55,125	57,88125	
68	Crecimiento del flujo			5%	5%	5%	

Fórmulas para valorar empresas

Anexo 1 bis

D = 500; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 35,00%
Δ Activos fijos netos = 5%.

	0	1	2	3	4	g	
1	Caja necesaria	100	105	110,25	115,76	121,55	5,00%
2	Cuentas a cobrar	900	945	992,25	1.041,86	1.093,96	5,00%
3	Stocks	240	252	264,60	277,83	291,72	5,00%
4	Activo fijo bruto	1200	1460	1733	2019,65	2320,6325	14,90%
5	- amort acumulada	200	410	630,50	862,03	1.105,13	28,20%
6	Activo fijo neto	1000	1050	1102,5	1157,625	1215,5063	5,00%
7	TOTAL ACTIVO	2.240	2.352	2.469,60	2.593,08	2.722,73	5,00%
8	Cuentas a pagar	240	252	264,60	277,83	291,72	5,00%
9	Deuda	500	525	551,25	578,81	607,75	5,00%
10	Capital (valor contable)	1500	1575	1.653,75	1.736,44	1.823,26	5,00%
11	TOTAL PASIVO	2.240	2.352	2.469,60	2.593,08	2.722,73	5,00%
12	NOF	1.000	1.050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	5,00%
13	Δ NOF		5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	
Cuenta de resultados							
14	Ventas	3000	3150	3.307,50	3.472,88	3.646,52	5,00%
15	Coste de ventas	1200	1260	1.323,00	1.389,15	1.458,61	5,00%
16	Gastos generales	600	630	661,50	694,58	729,30	5,00%
17	Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	5,00%
18	Margen	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	5,00%
19	Intereses	75	75	78,75	82,69	86,82	5,00%
20	BAT	925	975	1.023,75	1.074,94	1.128,68	5,00%
21	Impuestos	323,75	341,25	358,31	376,23	395,04	5,00%
22	BDT	601,25	633,75	665,44	698,71	733,64	5,00%
23	+ Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	5,00%
24	+ Δ Deuda		25	26,25	27,56	28,94	5,00%
25	- Δ NOF		-50	-52,50	-55,13	-57,88	5,00%
26	- Inversiones		-260	-273,00	-286,65	-300,98	5,00%
27	CF acciones = Dividendos		558,75	586,69	616,02	646,82	5,00%
28	FCF		582,5	611,63	642,21	674,32	5,00%
29	g CF acciones			5,00%	5,00%	5,00%	
30	g FCF			5,00%	5,00%	5,00%	
31	impuestos / FCF		58,58%	58,58%	58,58%	58,58%	
32	impuestos / CFacciones		61,07%	61,07%	61,07%	61,07%	
33	VM / VC acciones	2,41	2,41	2,41	2,41	2,41	
34	PER (bfo año siguiente)	5,71	5,71	5,71	5,71	5,71	
35	PER (bfo año presente)	6,02	5,99	5,99	5,99	5,99	
36	P/CFa (año próximo)	6,47	6,47	6,47	6,47	6,47	
	ROE	42,25%	42,25%	42,25%	42,25%	42,25%	

Fórmulas para valorar empresas							
Anexo 1 bis (continuación)							
D = 500; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 35,00%							
Δ Activos fijos netos = 5%.							
		0	1	2	3	4	
37	Beta U	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	
38	Rf	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	
39	Rm - Rf	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	
40	Ku	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	
41	Vu = FCF/(Ku - g)	3.883,33	4.077,50	4.281,37	4.495,44	4.720,22	
42	Crecimiento de Vu		5%	5%	5%	5%	
SIN IMPUESTOS							
43	FCF SIN IMPUESTOS		950,00	997,50	1.047,38	1.099,74	5,00%
44	Vu sin impuestos	6.333,33	6.650,00	6.982,50	7.331,63	7.698,21	5,00%
CON IMPUESTOS							
45	Impuestos u		367,50	385,88	405,17	425,43	5,00%
46	Estado u = IMPu/(Ku - g)	2.450,00	2.572,50	2.701,12	2.836,18	2.977,99	5,00%
47	Vu + Estado u	6.333,33	6.650,00	6.982,50	7.331,63	7.698,21	5,00%
48	D	500,00	525,00	551,25	578,81	607,75	5,00%
49	Kd	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	
50	Beta d	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	
51	DTKu/(Ku-g) = VAN ahorro imp.	233,33	245,00	257,25	270,11	283,62	5,00%
52	VAN ahorro inter. + Vu	4.116,67	4.322,50	4.538,62	4.765,56	5.003,83	5,00%
53 -D=	E 1	3.617	3.797	3.987	4.187	4.396	5,00%
54	Beta E	1,056164	1,056164	1,056164	1,056164	1,056164	
55	Ke	20,45%	20,45%	20,45%	20,45%	20,45%	
56	E 2 = CF / (Ke - g)	3.617	3.798	3.987	4.187	4.396	5,00%
57	Estado = Estado u - VAN [51]	2.216,67	2.327,50	2.443,87	2.566,07	2.694,37	5,00%
58	E2 + D + Estado	6.333,33	6.650,00	6.982,50	7.331,63	7.698,21	5,00%
59	WACC	19,1498%	19,1498%	19,1498%	19,1498%	19,1498%	
60 D+E=	FCF / (WACC-g)	4.116,67	4.322,50	4.538,62	4.765,56	5.003,83	5,00%
61 -D=	E 3	3.617	3.798	3.987	4.187	4.396	5,00%
62	Crecimiento de E3		5%	5%	5%	5%	
Dos modos de calcular el valor actual de los impuestos:							
63	Estado = Estado u - VAN	2216,67	2327,50	2443,87	2566,07	2694,37	5,00%
64	Estado = IMP/(Ke - g)	2208,84	2319,28	2435,24	2557,00	2684,85	5,00%
Flujos de la deuda:							
65	Intereses	0	75	78,75	82,6875	86,821875	5,00%
66	Δ deuda		25	26,25	27,5625	28,940625	5,00%
67	Flujo total de la deuda:		50	52,5	55,125	57,88125	5,00%
68	Crecimiento del flujo			5%	5%	5%	

Fórmulas para valorar empresas**Anexo 2****D = 500; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 0%**
Δ Activos fijos netos = 0.

		0	1	2	3	4	5
1	Caja necesaria	100	105	110,25	115,76	121,55	127,63
2	Cuentas a cobrar	900	945	992,25	1.041,86	1.093,96	1.148,65
3	Stocks	240	252	264,60	277,83	291,72	306,31
4	Activo fijo bruto	1200	1410	1.630,50	1.862,03	2.105,13	2.360,38
5	- amort acumulada	200	410	630,50	862,03	1.105,13	1.360,38
6	Activo fijo neto	1000	1000	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00
7	TOTAL ACTIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2.582,59
8	Cuentas a pagar	240	252	264,60	277,83	291,72	306,31
9	Deuda	500	525	551,25	578,81	607,75	638,14
10	Capital (valor contable)	1500	1525	1.551,25	1.578,81	1.607,75	1.638,14
11	TOTAL PASIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2.582,59
12	NOF	1.000	1.050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
13	Δ NOF		5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Cuenta de resultados							
14	Ventas	3000	3150	3.307,50	3.472,88	3.646,52	3.828,84
15	Coste de ventas	1200	1260	1.323,00	1.389,15	1.458,61	1.531,54
16	Gastos generales	600	630	661,50	694,58	729,30	765,77
17	Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	255,26
18	Margen	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
19	Intereses	75	75	78,75	82,69	86,82	91,16
20	BAT	925	975	1.023,75	1.074,94	1.128,68	1.185,12
21	Impuestos	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
22	BDT	925	975	1.023,75	1.074,94	1.128,68	1.185,12
23	+ Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	255,26
24	+ Δ Deuda		25	26,25	27,56	28,94	30,39
25	- Δ NOF		-50	-52,50	-55,13	-57,88	-60,78
26	- Inversiones		-210	-220,50	-231,53	-243,10	-255,26
27	CF acciones = Dividendos		950	997,50	1.047,38	1.099,74	1.154,73
28	FCF		1000	1.050,00	1.102,50	1.157,63	1.215,51
29	g CF acciones			5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
30	g FCF			5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
31	impuestos / FCF		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
32	impuestos / CFacciones		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
33	VM / VC acciones	4,11	4,25	4,38	4,52	4,66	4,80
34	PER (bfo año siguiente)	6,32	6,32	6,32	6,32	6,32	6,32
35	PER (bfo año presente)	6,67	6,64	6,64	6,64	6,64	6,64
36	P/CFa (año próximo)	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49

Fórmulas para valorar empresas
Anexo 2 (continuación)
D = 500; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 0%
Δ Activos fijos netos = 0.

		0	1	2	3	4	5
37	Beta U	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
38	Rf	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%
39	Rm - Rf	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%
40	Ku	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%
41	Vu = FCF/(Ku - g)	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
42	Crecimiento de Vu		5%	5%	5%	5%	5%
SIN IMPUESTOS							
43	FCF SIN IMPUESTOS		1.000,00	1.050,00	1.102,50	1.157,63	1.215,51
44	Vu sin impuestos	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
CON IMPUESTOS							
45	Impuestos u		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
46	Estado u = IMPu/(Ku - g)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
47	Vu + Estado u	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
48	D	500,00	525,00	551,25	578,81	607,75	638,14
49	Kd	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%
50	Beta d	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000
51	DTKu/(Ku-g) = VAN ahorro imp.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
52	VAN ahorro inter. + Vu	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
53 - D=	E 1	6.167	6.475	6.799	7.139	7.496	7.870
54	Beta E	1,050676	1,050676	1,050676	1,050676	1,050676	1,050676
55	Ke	20,41%	20,41%	20,41%	20,41%	20,41%	20,41%
56	E 2 = CF / (Ke - g)	6.167	6.475	6.799	7.139	7.496	7.870
57	Estado = Estado u - VAN [51]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
58	E2 + D + Estado	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
59	WACC	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%
60 D+E=	FCF / (WACC-g)	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
61 - D=	E 3	6.167	6.475	6.799	7.139	7.496	7.870
62	Crecimiento de E3		5%	5%	5%	5%	5%
Dos modos de calcular el valor actual de los impuestos:							
63	Estado = Estado u - VAN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
64	Estado = IMP / (Ke - g)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Flujos de la deuda:							
65	Intereses	0	75	78,75	82,6875	86,821875	91,162969
66	Δ deuda		25	26,25	27,5625	28,940625	30,387656
67	Flujo total de la deuda:		50	52,5	55,125	57,88125	60,775312
68	Crecimiento del flujo			5%	5%	5%	5%

Fórmulas para valorar empresas

Anexo 3

D = 0; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 0%
 Δ Activos fijos netos = 0.

	0	1	2	3	4	5	
1	Caja necesaria	100	105	110,25	115,76	121,55	127,63
2	Cuentas a cobrar	900	945	992,25	1.041,86	1.093,96	1.148,65
3	Stocks	240	252	264,60	277,83	291,72	306,31
4	Activo fijo bruto	1200	1410	1.630,50	1.862,03	2.105,13	2.360,38
5	- amort acumulada	200	410	630,50	862,03	1.105,13	1.360,38
6	Activo fijo neto	1000	1000	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00
7	TOTAL ACTIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2.582,59
8	Cuentas a pagar	240	252	264,60	277,83	291,72	306,31
9	Deuda	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
10	Capital (valor contable)	2000	2050	2.102,50	2.157,63	2.215,51	2.276,28
11	TOTAL PASIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2.582,59
12	NOF	1.000	1.050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
13	Δ NOF		5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Cuenta de resultados							
14	Ventas	3000	3150	3.307,50	3.472,88	3.646,52	3.828,84
15	Coste de ventas	1200	1260	1.323,00	1.389,15	1.458,61	1.531,54
16	Gastos generales	600	630	661,50	694,58	729,30	765,77
17	Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	255,26
18	Margen	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
19	Intereses	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
20	BAT	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
21	Impuestos	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
22	BDT	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
23	+ Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	255,26
24	+ Δ Deuda		0	0,00	0,00	0,00	0,00
25	- Δ NOF		-50	-52,50	-55,13	-57,88	-60,78
26	- Inversiones		-210	-220,50	-231,53	-243,10	-255,26
27	CF acciones = Dividendos		1000	1.050,00	1.102,50	1.157,63	1.215,51
28	FCF		1000	1.050,00	1.102,50	1.157,63	1.215,51
29	g CF acciones			5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
30	g FCF			5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
31	impuestos / FCF		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
32	impuestos / CFacciones		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
33	VM / VC acciones	3,33	3,41	3,50	3,58	3,66	3,74
34	PER (bfo año siguiente)	6,35	6,35	6,35	6,35	6,35	6,35
35	PER (bfo año presente)	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67
36	P/CFa (año próximo)	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67

Fórmulas para valorar empresas
Anexo 3 (continuación)
D = 0; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 0%
Δ Activos fijos netos = 0.

		0	1	2	3	4	5
37	Beta U	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
38	Rf	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%
39	Rm - Rf	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%
40	Ku	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%
41	Vu = FCF/(Ku - g)	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
42	Crecimiento de Vu		5%	5%	5%	5%	5%
SIN IMPUESTOS							
43	FCF SIN IMPUESTOS		1.000,00	1.050,00	1.102,50	1.157,63	1.215,51
44	Vu sin impuestos	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
CON IMPUESTOS:							
45	Impuestos u		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
46	Estado u = IMPu/(Ku - g)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
47	Vu + Estado u	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
48	D	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
49	Kd	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%
50	Beta d	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000
51	DTKu/(Ku-g) = VAN ahorro imp.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
52	VAN ahorro inter. + Vu	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
53 - D=	E 1	6.667	7.000	7.350	7.718	8.103	8.509
54	Beta E	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
55	Ke	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%
56	E 2 = CF / (Ke - g)	6.667	7.000	7.350	7.718	8.103	8.509
57	Estado = Estado u - VAN [51]	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
58	E2 + D + Estado	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
59	WACC	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%
60 D+E=	FCF / (WACC-g)	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
61 - D=	E 3	6.667	7.000	7.350	7.718	8.103	8.509
62	Crecimiento de E3		5%	5%	5%	5%	5%
Dos modos de calcular el valor actual de los impuestos:							
63	Estado = Estado u - VAN	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
64	Estado = IMP / (Ke - g)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Flujos de la deuda:							
65	Intereses		0	0	0	0	0
66	Δ deuda		0	0	0	0	0
67	Flujo total de la deuda:		0	0	0	0	0

Fórmulas para valorar empresas**Anexo 4**

D = 0; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 35%
Δ Activos fijos netos = 0.

		0	1	2	3	4	5
1	Caja necesaria	100	105	110,25	115,76	121,55	127,63
2	Cuentas a cobrar	900	945	992,25	1.041,86	1.093,96	1.148,65
3	Stocks	240	252	264,60	277,83	291,72	306,31
4	Activo fijo bruto	1200	1410	1.630,50	1.862,03	2.105,13	2.360,38
5	- amort acumulada	200	410	630,50	862,03	1.105,13	1.360,38
6	Activo fijo neto	1000	1000	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00
7	TOTAL ACTIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2.582,59
8	Cuentas a pagar	240	252	264,60	277,83	291,72	306,31
9	Deuda	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
10	Capital (valor contable)	2000	2050	2.102,50	2.157,63	2.215,51	2.276,28
11	TOTAL PASIVO	2.240	2.302	2.367,10	2.435,46	2.507,23	2.582,59
12	NOF	1.000	1.050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
13	Δ NOF		5,00%	5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
Cuenta de resultados							
14	Ventas	3000	3150	3.307,50	3.472,88	3.646,52	3.828,84
15	Coste de ventas	1200	1260	1.323,00	1.389,15	1.458,61	1.531,54
16	Gastos generales	600	630	661,50	694,58	729,30	765,77
17	Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	255,26
18	Margen	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
19	Intereses	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
20	BAT	1000	1050	1.102,50	1.157,63	1.215,51	1.276,28
21	Impuestos	350	367,5	385,88	405,17	425,43	446,70
22	BDT	650	682,5	716,63	752,46	790,08	829,58
23	+ Amortización	200	210	220,50	231,53	243,10	255,26
24	+ Δ Deuda		0	0,00	0,00	0,00	0,00
25	- Δ NOF		-50	-52,50	-55,13	-57,88	-60,78
26	- Inversiones		-210	-220,50	-231,53	-243,10	-255,26
27	CF acciones = Dividendos		632,5	664,13	697,33	732,20	768,81
28	FCF		632,5	664,13	697,33	732,20	768,81
29	g CF acciones			5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
30	g FCF			5,00%	5,00%	5,00%	5,00%
31	impuestos / FCF		58,10%	58,10%	58,10%	58,10%	58,10%
32	impuestos / CFacciones		58,10%	58,10%	58,10%	58,10%	58,10%
33	VM / VC acciones	2,11	2,16	2,21	2,26	2,31	2,36
34	PER (bfo año siguiente)	6,18	6,18	6,18	6,18	6,18	6,18
35	PER (bfo año presente)	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49	6,49
36	P/CFa (año próximo)	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67	6,67

Fórmulas para valorar empresas
Anexo 4 (continuación)
D = 0; CRECIMIENTO = 5,00%; imp = 35%
Δ Activos fijos netos = 0.

		0	1	2	3	4	5
37	Beta U	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
38	Rf	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%	12,00%
39	Rm - Rf	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%
40	Ku	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%
41	Vu = FCF/(Ku - g)	4.216,67	4.427,50	4.648,87	4.881,32	5.125,38	5.381,65
42	Crecimiento de Vu		5%	5%	5%	5%	5%
SIN IMPUESTOS							
43	FCF SIN IMPUESTOS		1.000,00	1.050,00	1.102,50	1.157,63	1.215,51
44	Vu sin impuestos	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
CON IMPUESTOS:							
45	Impuestos u		367,50	385,88	405,17	425,43	446,70
46	Estado u = IMPu/(Ku - g)	2.450,00	2.572,50	2.701,12	2.836,18	2.977,99	3.126,89
47	Vu + Estado u	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
48	D	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
49	Kd	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%	15,00%
50	Beta d	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000	0,375000
51	DTKu/(Ku-g) = VAN ahorro imp.	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
52	VAN ahorro inter. + Vu	4.216,67	4.427,50	4.648,87	4.881,32	5.125,38	5.381,65
53 - D =	E 1	4.217	4.428	4.649	4.881	5.125	5.382
54	Beta E	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
55	Ke	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%
56	E 2 = CF / (Ke - g)	4.217	4.428	4.649	4.881	5.125	5.382
57	Estado = Estado u - VAN [51]	2.450,00	2.572,50	2.701,12	2.836,18	2.977,99	3.126,89
58	E2 + D + Estado	6.666,67	7.000,00	7.350,00	7.717,50	8.103,37	8.508,54
59	WACC	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%	20,0000%
60 D + E =	FCF / (WACC-g)	4.216,67	4.427,50	4.648,87	4.881,32	5.125,38	5.381,65
61 - D =	E 3	4.217	4.428	4.649	4.881	5.125	5.382
62	Crecimiento de E3		5%	5%	5%	5%	5%
Dos modos de calcular el valor actual de los impuestos:							
63	Estado = Estado u - VAN	2450,00	2572,50	2701,12	2836,18	2977,99	3126,89
64	Estado = IMP / (Ke - g)	2450,00	2572,50	2701,12	2836,18	2977,99	3126,89
Flujos de la deuda:							
65	Intereses	0	0	0	0	0	0
66	Δ deuda	0	0	0	0	0	0
67	Flujo total de la deuda:	0	0	0	0	0	0

BIBLIOGRAFIA

- Anders, G., "Merchants of Debt" New York: Basic Books, 1992.
- Ashton, D.J. and D.R. Atking, "Interactions in Corporate Financing and Investment Decisions: A Further Comment", *Journal of Finance* (December 1978) pp. 1447-1453.
- Baird, D. "Fraudulent Conveyances, Agency Costs, and Leveraged Buyouts" *20 Journal of Legal Studies* 1, 1991.
- Bey, R.P. and J.M. Collins, "The Relationship Between Before and After-Tax Yields on Financial Assets", *Financial Review* (August 1988), pp 313-331.
- Black, F. "Noise", *Journal of Finance* 41, 1986, pp. 529-544.
- Black, F. and M.S. Scholes, "The Effects of Dividend Yield and Dividend Policy on Common Stock Prices and Returns", *Journal of Financial Economics* (May 1974), pp. 1-21.
- Blanchard, O. "Movements in the Equity Premium", *Brookings Papers on Economic Activity* 2, 1993, pp. 75-138.
- Blume, M. "Betas and their Regression Tendencies", *Journal of Finance* 30, 1975, pp. 785-795.
- Brealey, R.A. and S.C. Myers, "Principles of Corporate Finance", New York, McGraw-Hill, 4th edition, 1991.
- Brennan, "Takes, Market Valuation and Corporate Financial Policy", *National Tax Journal* (December 1970), pp. 417-427.
- Burrough, B. and J. Helyar, "Barbarians at the Gate", New York: Harper and Row, 1990.
- Chambers, D.R., R.S. Harris, and J.J. Pringle, "Treatment of Financing Mix Analyzing Investment Opportunities", *Financial Management* (Summer 1982), pp. 24-41.
- Conine, T.E.Jr., "Corporate Debt and Corporate Taxes: An Extension". *Journal of Finance* (September 1980), pp. 1033-1037.
- Cornell, B. and K. Green, "The Investment Performance of Low-Grade Bond Funds", *Journal of Finance* 46, 1991, 29-48.
- DeAngelo, L. "Equity valuation and Corporate Control", *The Accounting Review* 65, 1990, pp. 93-112.
- Denis, D. and D. Denis, "Managerial Discretion, Organizational Structure, and Corporate performance: A Study of Leveraged Recapitalizations", *Journal of Accounting and Economics* 16, 1993, pp. 209-236.
- Dimson, E. "Risk Measurement when Shares are Subject to Infrequent Trading", *Journal of Financial Economics* 7, 1979, pp. 197-226.
- Ezzell, J.R. Jr. "An APV Analysis of Capital Budgeting Under Inflation", *Financial Management* (Autumn 1984) p. 49-54.
- Fama, E. "Risk-Adjusted Discount Rates and Capital Budgeting Under Uncertainty", *Journal of Financial Economics* (August 1977), pp. 3-24.
- Fama, E. and K. French, "The Cross-Section of Expected Stock Returns", *Journal of Finance* 47, 1992, pp. 427-466.
- Franks, J.R., E. Broyles, and W.T. Carleton. "Corporate Finance Concepts and Applications" Boston, Kent Publishing Co., 1985.
- Gordon, R.H. and B.G. Malkiel, "Corporation Finance" in *How Taxes Affect Economic Behavior*, H.J. Aaron and J.A. Pechman (eds.), Washington, D.C. Brookings Institution, 1981.
- Hamada, R.S. "Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation finance" *Journal of Finance* (March 1969), pp. 13-31.
- Hamada and Myron S. Scholes, "Taxes and Corporate Financial Management", in *Recent Advances in Corporate Finance*, E.I. Alman and M.G. Subrahmanyam (eds.), Homewood, IL. Richard D. Irwin, 1985.
- Harris, R.S. and J.J. Pringle, "Risk-Adjusted Discount Rates Extensions form de Average-Risk Case, " *Journal of Financial Research* (Fall 1985), pp. 237-244.
- Ibbotson Associates, "Stocks, Bonds and Inflation 1991 Yearbook, Chicago: Ibbotson Associates, Inc. 1991.
- Inselbag, I. and H. Kaufold, "How to Value Recapitalizations and Leveraged Buyouts", *Continental Bank Journal of Applied Corporate Finance* (Summer 1989), pp. 87-96.
- Kaplan, S. "The Effects of Management Buyouts on Operations and Value", *Journal of Financial Economics* 24, 1989, pp. 217-254.
- Kaplan, S. "Champeau's Acquisition of Federated: Value Destroyed or Value Added?", *Journal of Financial Economics* 25, 1989, 191-212.
- Kaplan, S. and J. Sterin, "How Risky is the Debt in Highly Leveraged Transactions?", *Journal of Financial Economics* 27, 1990, 215-246.
- Kaplan, S. and J. Sterin "The Evolution of Buyout pricing and Financial Structure in the 180s", *Quarterly Journal of Economics*, Volume CVIII, Issue 2, 1993, pp. 313-3589.
- Klemkosky, R. and J. Martin, "The Adjustment of Beta Forecasts", *Journal of Finance* 30, 1975, 1123-1128.
- Lewellen, W.G. and D.R. Emery, "Corporate Debt Management and the Value of the Firm", *Journal of Financial Quantitative Analysis* (December 1986), pp. 415-426.
- Luehrman, T. and L. Hirt, "Highly Levered Transactions and Fraudulent Conveyance Law" Working paper, Harvard Business School, Boston, MA, 1991.
- Masulis, R.W., "The Impact of Capital Structure Change on Firm Value: Some Estimates", *Journal of Finance* (March 1983), pp. 107-126.
- Miles, J. and J.R. Ezzell, "The Weighed Average Cost of Capital", *Perfect Capital Markets and Project Life: A Clarification*, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* (September 1980), pp. 719-730.
- Miles, J. and J.R. Ezzell, "Reformulating Tax Shield Valuation: A Note", *Journal of Finance* (December 1985), pp. 1485-1492.
- Miller, M.H., "Debt and Taxes", *Journal of Finance* (May 1977), pp. 261-276.
- Modigliani, F and M.H. Miller, "Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction" *American Economic Review* (June 1963), pp. 433-443.
- Myers, S.C., "Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions - Implications for Capital Budgeting", *Journal of Finance* (March 1974), pp. 1-25.
- Myers, S.C. and R.S. Ruback, "Discounting Rules for Risky Assets", Harvard Business School Working Paper, November 1988.
- Myers, S.C. and S.M. Turnbull, "Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model: Good News and Bad News", *Journal of Finance* (May 1977), pp. 321-332.
- Pinches, G.E. and L.W. Courtney, *Lotus 1-2-3 for Financial Management*, New York, Harper and Row, 1989.
- Ruback, R.S. "Calculating the Market Value of Risk-Free Cash Flows", *Journal of Financial Economics* (March 1986), pp. 323-339.
- Rubinstein, M.E. "A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory", *Journal of Finance* (March 1973), pp. 167-182.
- Sick, G.A. "Tax-Adjusted Discount Rates", *Management Science* (December 1990), pp. 1432-1450.
- Sick, G.A. "A Certainty-Equivalent Approach to Capital Budgeting", *Financial Management* (Winter 1986), pp. 23-32.
- Scholes, M. and J. Williams, "Estimating Betas from Nonsynchronous Data", *Journal of Financial Economics* 5, 1977, pp. 309-328.
- Stevens, R. "New Methods in testing Asset Pricing Models", Working paper, University of Chicago, Chicago, IL, 1993.
- Taggart, R.A. Jr. "Capital Budgeting and the Financing Decision: An Exposition" *Financial Management* (Summer 1977), pp. 59-64.
- Vasicek, O. "A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas", *Journal of Finance* 28, 1973, pp. 1233-1239.